PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 17/18 — 15. September 1938 — Redaktionsschluß für Nr. 20 am 1. Oktober 1938 — 39. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

W. Bähre, Änderung der Fehler von Stromwandlern durch Abschalten des Primärstromes. S. 623.

C. F. v. Weizsäcker, Über Elementumwandlungen im Innern der Sterne. II. S. 633.

R. Lichtenstein, Die Geschwindigkeitsverteilung elastisch stoßender Elektronen in einem Gas, dessen Moleküle ihre Temperaturbewegung ausführen. S. 646.

Fr. Müller u. W. Dürichen, Zur Frage der Nullpunktsstabilität von Elektrometerröhrengeräten. S. 657.

H. Osterwisch, Bestimmung des Nulleffektes an Zählrohren. S. 661.

Th. G. Kujumzelis, Ramanspektren der ClO^--, ClO_2^-- und BO_3'''-Ionen. Vorläufige Mitteilung. S. 665.

W. Finkelnburg u. H. Hess, Über das in der Aureole des Kohle-Lichtbogens emittierte sogenannte Borsäurekontinuum. S. 666.

Besprechungen:

R. Feldtkeller, Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik. S. 668.

Abhandlungen der Friesschen Schule. Neue Folge. Bd. VI. Heft 3 u. 4. S. 668.

E. Justi, Spezifische Wärme, Enthalpie, Entropie und Dissoziation technischer Gase. S. 669.

K. Lipfert, Das Fernsehen, eine allgemeinverständliche Darstellung des neuesten Standes der Fernsehtechnik. S. 670.

G. Mönch, Vakuumtechnik im Laboratorium. S. 670.

W. H. Westphal, Physikalisches Praktikum. S. 670.

Nachrichten. S. 670.

ABHANDLUNGEN

Änderung der Fehler von Stromwandlern durch Abschalten des Primärstromes

Von W. Bähre

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

1. Einleitung

Neuzeitliche Präzisionsstromwandler, die beispielsweise als Normalwandler bei der Fehlermessung von Stromwandlern oder in Verbindung mit Wechselstromfeinmeßgeräten zum Erweitern der Strommeßbereiche von Leistungsmessern, Strommessern und Präzisionszählern in Laboratorien und (Zähler-) Prüfstellen Verwendung finden, entsprechen hinsichtlich ihrer Genauigkeit höchsten Anforderungen (1). Es bereitet heute keine Schwierigkeiten mehr, Präzisionsstromwandler zu bauen, deren Abweichungen vom Sollwert für den Übersetzungsfehler nicht mehr als $\pm$ 0,01 Proz. und für den Winkelfehler nicht mehr als $\pm$ 1′ (bezogen auf eine bestimmte Bürde und eine Belastung von 10–120 Proz. des Nennstromes) betragen.

Diesem hohen Entwicklungsstande der Meßwandler Rechnung tragend, wurden auch die Wandlerprüfmethoden wesentlich verfeinert. In erster Linie galt es, die Meßgenauigkeit der absoluten Prüfmethode nach Schering-Alberti (2) zu erhöhen, da diese die in Deutschland gebräuchlichste Methode ist, um die Fehler von Normalwandlern zu bestimmen, die bei den mit Vergleichswandlern arbeitenden Wandlerprüfmethoden (3) Verwendung finden. Durch Verwendung eines neuen hochempfindlichen Vibrationsgalvanometers (4) als Nullinstrument, Neukonstruktion von Wechselstromnormalwiderständen, deren Widerstandswerte sich bei Belastungen zwischen 10–120 Proz. des Nennstromes um weniger als 0,01 Proz. ändern (5), durch Verbreiterung und feinere Unterteilung der Prozentskala des Meßzweiges ist es gelungen, die Meßgenauigkeit der Stromwandlerprüfeinrichtung nach Schering-Alberti auch bei $1/10\ I_N$ auf 0,01 Proz. und 0,3′ zu bringen.

Sollen nun die Fehler von Stromwandlern mit dieser Meßgenauigkeit bestimmt werden, so muß man bei der Messung größte Sorgfalt in der Beachtung nachstehender Gesichtspunkte walten lassen. Es sind erforderlich eine genaue Einstellung bzw. Kenntnis der Bürde, genaueste Einregulierung der Stromstärke (mit Präzisions-Amperemeter bei Wandlern mit stark gekrümmten Fehlerkurven), sowie vorschriftsmäßige Erdung. Eine weitere wichtige Forderung ist die sorgfältige Entmagnetisierung des Prüflings und

– bei den nichtabsoluten Wandlerprüfmethoden – auch die des Normalwandlers. Dieser Forderung wird oft nicht die nötige Beachtung geschenkt.

Es ist vielfach üblich, Stromwandlermessungen in folgender Weise auszuführen. Nachdem der Prüfling sorgfältig entmagnetisiert worden ist, werden die Wandlerfehler in der Reihenfolge $0{,}1 - 0{,}2 - 0{,}5 - 1{,}0 - 1{,}2\ I_N$ gemessen; bei $1{,}2\ I_N$ werden die Meßanordnungen von den speisenden Energiequellen abgeschaltet und die Regeleinrichtungen zurückreguliert; sodann wird eine andere Bürde eingestellt und – da der Wandler sekundär nicht unter Strom geöffnet worden ist – die nächste Meßreihe ohne erneutes Entmagnetisieren wieder bei $0{,}1\ I_N$ begonnen. Durch das Abschalten bei $1{,}2\ I_N$, d. h. bei großem Magnetisierungsstrom, können durch die verbleibende Restmagnetisierung die Fehler gewisser Stromwandler erheblich geändert werden. Dies kann die Ursache von Meßdifferenzen sein, deren Größe meist unterschätzt wird. Werden dagegen die Wandlerfehler in der Reihenfolge von $1{,}2 \rightarrow 0{,}1\ I_N$ gemessen, so wird man im allgemeinen auch die Meßanordnung bei Strömen $\leqq 0{,}1\ I_N$ abschalten. Da jetzt beim Abschalten der Magnetisierungsstrom sehr klein ist, werden bei der letztgenannten Reihenfolge der Messungen die Stromwandlerfehler durch Abschalten nicht nennenswert geändert werden können. Die Meßdifferenzen, verursacht durch unterschiedliche Reihenfolge der Prüfpunkte bei den Wandlermessungen – Reihenfolge $0{,}1 \rightarrow 1{,}2\ I_N$ oder $1{,}2 \rightarrow 0{,}1\ I_N$ –, treten besonders dann unangenehm in Erscheinung, wenn genaueste Wandlermessungen bei Entwicklungsarbeiten, Vergleichsmessungen an verschiedenen Orten oder Kontrollmessungen – gegebenenfalls auch von verschiedenen Personen – ausgeführt werden müssen, da sie Veranlassung zu zeitraubenden Nachforschungen nach ihren Ursachen sind. Die Frage der auftretenden Änderung der Fehler von Stromwandlern, wenn sie bei Belastung mit $1{,}2\ I_N$ abgeschaltet werden, ist daher von praktischer Bedeutung und soll im folgenden näher untersucht werden.

2. Der Versuchswandler

Für die Ermittlung der Strom- und Winkelfehler ist das bekannte von Möllinger und Gewecke angegebene Stromwandlerdiagramm (6) heranzuziehen. Dieses graphische Verfahren soll in der vorliegenden Untersuchung neben der unmittelbaren Messung der Wandlerfehler in der Wandlerprüfeinrichtung zur Erklärung der Fehlerbeeinflussung durch Abschalten von Stromwandlern benutzt werden. Bei der Auswahl eines geeigneten Versuchswandlers waren folgende Gesichtspunkte maßgebend. Um das Stromwandlerdiagramm nach Möllinger-Gewecke aufzeichnen zu können, mußten die Windungszahlen des Wandlers primär- und sekundärseitig ganzzahlig sein, d. h. es sollte ein sog. „natürlicher Wandler" sein. Um im Verlauf der Untersuchungen auch die Fehlerbeeinflussung durch Abschalten an einem sog. „kunstgeschalteten Wandler" untersuchen zu können, sollte derselbe Wandler in einfacher Weise mit einer solchen Kunstschaltung ausgerüstet werden können, die bewirkte, daß ein Teil des Eisenkernes des Wandlers höher magnetisiert wurde. Als „natürlicher" Wandler sollte der Wandler bei einer Bürde von 15 VA die Beglaubigungsfehlergrenzen [die sich bekanntlich mit den vom Verband Deutscher Elektrotechniker aufgestellten Fehlergrenzen für Stromwandler (7) der Klasse 0,5 decken] gerade nicht mehr einhalten, jedoch dem Weg der Praxis folgend sollten nach Anbringen der Kunstschaltung die Wandlerfehler bei derselben Bürde innerhalb der Beglaubigungsfehlergrenzen liegen.

Der nach diesen Gesichtspunkten gebaute Versuchswandler hatte als „natürlicher" Wandler die folgenden technischen Daten, die zur Aufstellung des weiter unten dargestellten Möllinger-Gewecke-Diagramms erforderlich sind.

Übersetzungsverhältnis	5/5 A
Primäre Windungszahl	200
Sekundäre Windungszahl	198
Wirkwiderstand der Sekundärspule	$R_2 = 0{,}376\ \Omega$
Streu-Blindwiderstand der Sekundärspule	$X_2 = 0{,}299\ \Omega$

Für die Anbringung der Kunstschaltung war der Eisenkern von vornherein in zwei gleiche Pakete geteilt, die durch eine Hartpapierzwischenlage von 3 mm Stärke getrennt waren. In der Zwischenlage war ein Schlitz freigelassen, um hier nachträglich einige Windungen hindurchziehen zu können, die nur das halbe Kernpaket umschlossen (8), sog. „halbe Windungen". Bei der Kunstschaltung wurde die primäre Windungszahl unverändert gelassen und der Wandler sekundär auf $195 + 8/2$ Windungen umgewickelt.

Die Abb. 1 zeigt die Fehlerkurven des Versuchswandlers bei 2 verschiedenen Bürden. Die ausgezogenen Kurven sind die Fehlerkurven des sog. natürlichen Wandlers (Windungszahlverhältnis 200/198) und die gestrichelten Kurven die Fehlerkurven des kunstgeschalteten Wandlers (Windungszahlverhältnis $200/195 + 8/2$). Der Wandler genügt den gestellten Anforderungen, da die Fehlerkurve des natürlichen

Wandlers für den Übersetzungsfehler bei der Bürde von 3,5 VA cos $\beta = 1$ die Beglaubigungsfehlergrenze bei 95 Proz. I_N überschreitet, während die Fehlerkurven für den Wandler mit Kunstschaltung innerhalb der Beglaubigungsfehlergrenzen liegen.

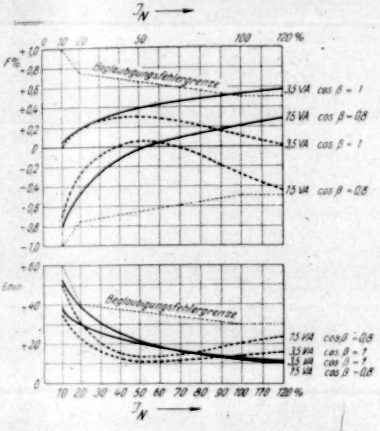


Abb. 1. Fehlerkurven des Versuchswandlers.

3. Messung des Leerlaufstromes

Die Fehler eines Stromwandlers werden durch seinen Leerlaufstrom verursacht. Zur Messung der Wirkkomponente I_w und Blindkomponente I_m (Magnetisierungsstrom) des Leerlaufstromes I_0, abhängig von der sekundären EMK E_2, wurde die Meßwandlerprüfeinrichtung nach Hohle (3) benutzt. Die Schaltung hierfür zeigt Abb. 2.

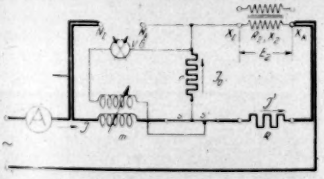


Abb. 2. Schaltung der Meßwandlerprüfeinrichtung zur Messung der Wirk- und Blindkomponente des Leerlaufstromes, abhängig von der EMK E_2.

Die Meßwandlerprüfeinrichtung enthält grundsätzlich ähnliche Schaltelemente, wie sie in den sog. komplexen Kompensatoren vorhanden sind. Daher läßt sich im vorliegenden Falle die Wirk- und Blindkomponente des Leerlaufstromes dadurch messen, daß der Spannungsabfall, den der Leerlaufstrom an dem Diagonalwiderstand r der Prüfeinrichtung hervorruft, durch zwei aufeinander senkrecht stehende Spannungskomponenten kompensiert wird, die am Schleifdraht s bzw. s' und der regelbaren Gegeninduktivität m abgegriffen werden. Die sekundäre EMK E_2 des Stromwandlers läßt sich bestimmen aus dem Spannungsabfall, der an einem an die Klemmen für die Bürde geschalteten Widerstand R hervorgerufen wird (9).

Zur Bestimmung von I_m und I_w in Abhängigkeit von E_2 verfährt man folgendermaßen. An die Klemmen X_1 und X_k der Prüfeinrichtung wird die Sekundärseite des Prüflings angeschlossen und an die Bürdenklemmen ein belastungsunabhängiger Widerstand (R) gelegt. Die Klemmen N_1 und N_k der Prüfeinrichtung werden über ein Präzisionsamperemeter an eine regelbare Wechselspannung gelegt. Der Strom I verzweigt sich in der Mitte des Schleifdrahtes. Da der Prüfling primärseitig offen ist, fließt durch den Diagonalzweig der Leerlaufstrom I_0 und durch den Widerstand R der Strom I'. Der vom Leerlaufstrom I_0 hervorgerufene Ausschlag des Vibrationsgalvanometers wird mittels der Regeleinrichtungen an der Meßwandlerprüfeinrichtung (m und s bzw. s') zum Verschwinden gebracht.

Die EMK E_2 ist dann

$$E_2 = I' (R + s' + \text{Zuleitungen}) - I_0 (r + R_2 + j \cdot X_2 + \text{Zuleitungen}).$$

Es ist nun $I_0 \ll I'$ (etwa 8 Promille bei Nennstrom bei dem für die Untersuchung benutzten Wandler), also ist I' praktisch $= I$. Die Zuleitungswiderstände in der Prüfeinrichtung sind $\ll (R + s')$. Die beiden in vorstehender Gleichung für E_2 als Faktor auftretenden Widerstandssummen sind von gleicher Größenordnung. Man erhält also mit erlaubten Vernachlässigungen

$$E_2 = I (R + s') \text{ in Volt},$$

wobei $s' = 0{,}0101\ \Omega$ in den handelsüblichen Ausführungen der Prüfeinrichtung, R der Widerstand an den Bürdenklemmen in Ω und I die am Amperemeter abgelesene Stromstärke in A ist.

Die Prüfeinrichtung ist nun so eingerichtet, daß auf der Prozentteilung das Verhältnis der Wirkkomponente des Diagonalstromes zum Strom I in Prozenten abgelesen wird und auf der Minutenteilung der Winkel in Minuten, dessen Tangens gleich dem Verhältnis der Blindkomponente des Diagonalstromes zum Strom I

ist. Daraus ergibt sich für die Wirkkomponente des Leerlaufstromes:

$$I_w = \frac{I \cdot F}{100}$$

und für den Magnetisierungsstrom:

$$I_m = \frac{2 \cdot I \cdot \pi}{360 \cdot 60} \cdot \delta = I \cdot \delta \cdot 0{,}000291 ,$$

darin ist I die am Amperemeter abgelesene Stromstärke in A, F der an der Prozentteilung der Prüfeinrichtung abgelesene Wert in Prozent, δ der an der Minutenteilung der Prüfeinrichtung abgelesene Wert in Minuten.

4. Die Entmagnetisierungseinrichtung

Bevor I_m und I_w gemessen wurden, mußte der Wandler sorgfältig entmagnetisiert werden. Eine geeignete, bei den vorliegenden Versuchen benutzte Entmagnetisierungseinrichtung zeigt Abb. 3.

Zwei Schiebewiderstände II und III liegen in Spannungsteilerschaltung an der Netzspannung. Die beiden Widerstände sind durch ein Stück Widerstandsdraht miteinander verbunden,

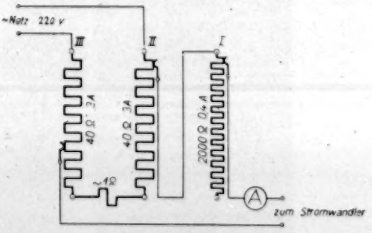


Abb. 3. Entmagnetisierungseinrichtung für Stromwandler.

an dem eine feste Teilspannung von etwa 1—3 Volt abgegriffen werden kann. (Man kann statt Verwendung des Widerstandsdrahtes auch den Schiebewiderstand II mit einem Anschlag für den Schieber versehen, so daß auf diese Weise immer eine feste Teilspannung von einigen Volt eingeschaltet bleibt.) Über einen dritten hochohmigen Schiebewiderstand I liegt eine regelbare Teilspannung an den Sekundärklemmen des Prüflings. Primärseitig bleibt der Prüfling offen. Für die Ausgangsstellung werden (bei der in Abb. 3 gewählten räumlichen Anordnung der Widerstände) alle Schieber nach unten geschoben. Dann wird durch den Stromwandler ein Magnetisierungsstrom von mindestens 5 Proz. des sekundären Nennstromes geschickt. Zu diesem Zweck werden die Widerstände I, II, III, und zwar zuerst der Widerstand I, reguliert, bis der erforderliche Magnetisierungsstrom fließt. Dann werden die Widerstände langsam in der Reihenfolge der Widerstände III—II—I zurückreguliert. Auf diese Weise wird der Magnetisierungsstrom bei einer Teilspannung von etwa 2 Volt und einem Vorschaltwiderstand von 2000 Ω praktisch stufenlos bis auf etwa 1 mA geschwächt. Aus Abb. 5 ist zu ersehen, daß dieser Wert ganz im Anfangsbereich der Magnetisierungskurve liegt und daß somit der Wandler praktisch vollkommen entmagnetisiert ist.

Die erforderliche Feinstufigkeit der Regelung ist im wesentlichen durch die Spannungsteilerwiderstände bestimmt. Es kommt bei diesen darauf an, daß beim Übergang von einer Windung zur nächsten möglichst kleine Spannungsänderungen entstehen. Man kann dieses entweder dadurch erreichen, daß man lange Schiebewiderstände mit hoher Windungszahl wählt oder daß man für II einen in der Drahtstärke abgestuften Widerstand verwendet.

5. Die Abschaltung des Stromwandlers

Die in einem Stromwandler vom Magnetisierungswechselstrom induzierte EMK durchläuft während einer Periodendauer einmal die Hyste-

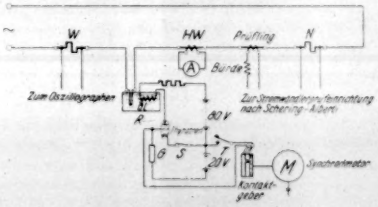


Abb. 4. Schaltbild für phasenabhängiges Abschalten.

resisschleife. Es ist daher zu erwarten, daß je nach dem Augenblick des Abschaltens innerhalb einer Periode, d. h. je nach der Phase des Wechselstromes, zweimal ein Maximum an Remanenz und zweimal gerade eine vollständige Entmagnetisierung des Wandlers vorhanden sein wird. Demnach würde also die durch Abschalten bei 1,2 I_N hervorgerufene Fehleränderung nicht konstant sein, sondern zwischen 0 und einem Höchstwert je nach dem Augenblick des Abschaltens schwanken. Es entsteht daraus für die genaue Untersuchung die Forderung, die Abschaltphase zu kennen. Die benutzte Schaltung für die phasenabhängige Unterbrechung des Primärstromkreises zeigt Abb. 4.

In dem Stromkreis für den Prüfling befindet sich der Widerstand W, an dem ein Schleifen-

oszillograph zur Bestimmung der Abschaltphase aus dem Oszillogramm angeschlossen ist, ein Telephonrelais R zum Unterbrechen des Stromkreises, welches mit seiner Erregerwicklung in den Anodenstromkreis eines Thyratrons geschaltet ist, ein Hilfsstromwandler HW zum Einstellen des Primärstromes und ein Normalwiderstand N, um erforderlichenfalls die Fehleränderungen des Prüflings mit der Meßwandlerprüfeinrichtung nach Schering-Alberti bestimmen zu können.

Bei der Untersuchung kam es darauf an, daß sich dem Abschaltvorgang keine Schwingungen überlagerten, die eine teilweise Entmagnetisierung des Wandlers bewirkt hätten und die die Ursache für durch Zufälligkeiten getrübte Meßergebnisse gewesen wären. Daher war, um den Unterbrechungsfunken schnell zu löschen, der Kontaktsatz des Relais R in Transformatorenöl getaucht. Vor jedem Versuch wurden die Kontakte gereinigt. Darüber hinaus war es im Verlauf der Versuche mehrfach erforderlich die Kontaktfedersätze gegen neue auszuwechseln.

Am gleichen Netz, aus dem der Stromkreis für den Prüfling gespeist wurde, war ein Synchronmotor angeschlossen, auf dessen Achse ein um beliebige Winkelgrade verstellbarer Kontaktgeber zur Veränderung der Abschaltphase befestigt war. Das Auslösen des Telephonrelais R zum Unterbrechen des Primärstromkreises geschah auf folgende Weise. Das Gitter des Thyratrons war über den hochohmigen Widerstand G an eine negative Gittervorspannung von -20 Volt angeschlossen, so daß das Thyratron nicht ansprechen konnte und der Anodenstromkreis unterbrochen war. Wurde nun die Taste T gedrückt, so wurde im nächsten Augenblick durch den umlaufenden Kontaktgeber auf das Gitter des Thyratrons ein positiver Impuls gegeben, wodurch das Thyratron zündete. Der nunmehr fortdauernd fließende Anodenstrom brachte das Telephonrelais R zum Ansprechen, so daß der Primärstromkreis des Wandlers unterbrochen wurde. Um später den Primärstromkreis für den nächsten Versuch oder für die Fehlermessung in der Stromwandlerprüfeinrichtung wieder zu schließen, wurde der Schalter S kurzzeitig geöffnet, wodurch der Anodenkreis unterbrochen wurde und das Relais wieder abfiel.

6. Bestimmung der durch Abschalten hervorgerufenen Änderung der Magnetisierungsstromkurve in Abhängigkeit von der Abschaltphase

Da die Fehler eines Stromwandlers durch die Wirkkomponente I_w und die Blindkomponente I_m (Magnetisierungsstrom) des Leerlaufstromes als Funktion der sekundären EMK E_2 bestimmt sind, so muß eine durch Schalten hervorgerufene Änderung der Stromwandlerfehler durch eine Veränderung der Komponenten des Leerlaufstromes bedingt sein.

In Abb. 5 sind die an dem entmagnetisierten Versuchswandler gemessenen Kurven I_m und I_w in Abhängigkeit von E_2 aufgetragen (Meßverfahren vgl. Abschnitt 3), und zwar gilt für I_m die untere Kurve (ohne Remanenz).

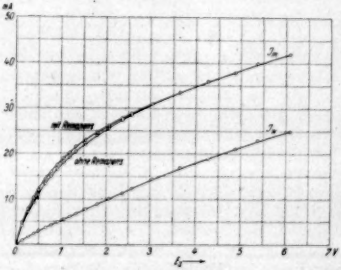


Abb. 5. Wirk- und Blindkomponente des Leerlaufstromes abhängig von der sekundären EMK.

Es soll nun der Schalteinfluß für einen bestimmten Wert von E_2 untersucht werden. Bei dem vorgenommenen Versuch wurde E_2 zu 0,51 Volt gewählt, und zwar aus folgendem Grunde: der Versuchswandler war für eine Nennbürde von 15 VA in Klasse 0,5 entworfen (siehe Abschnitt 2). Der Einfachheit halber sei zunächst die Untersuchung bei der induktionsfreien Nennbürde ($Z = 0{,}6\,\Omega$) durchgeführt. Es ergibt sich somit bei Nennstrom I_N

$$E_2 = I_N (R_2 + j \cdot X_2 + Z) \text{ Volt}$$
$$= 5\,(0{,}376 + j \cdot 0{,}299 + 0{,}6) = 5{,}1 \text{ Volt}$$

(vgl. dazu die Konstruktion des Möllinger-Gewecke-Diagramms in Abb. 8).

Der Schalteinfluß ist in seiner Auswirkung auf die Wandlerfehler besonders bei kleinen Stromstärken groß. Daher wurde der Schalteinfluß zunächst bei der kleinsten in den Regeln für die Bewertung und Prüfung von Meßwandlern des Verbandes Deutscher Elektrotechniker (REW) (7) für die Prüfung von Stromwandlern vorgeschriebenen Meßstromstärke von 0,1 I_N bestimmt. Dafür ist aber

$$E_2 = 0{,}51 \text{ Volt.}$$

Für $E_2 = 0{,}51$ Volt erhält man aus der Kurve I_m abhängig von E_2 (vgl. Abb. 5) für den entmagnetisierten Wandler einen festen Wert für I_m.

Dieser ist gleich $11{,}I_0$ mA und sei mit I_{m0} bezeichnet. Nach dem Abschalten bei $1{,}2\ I_N$ wurde I_m für $E_2 = 0{,}51$ Volt wieder gemessen und dieser Wert mit I_{m1} bezeichnet. In Abb. 6 ist die Änderung des Magnetisierungsstromes I_m, d. h. $I_{m1} - I_{m0}$, in Abhängigkeit von der Abschaltphase α für eine volle Periode aufgetragen. Dabei ist $\alpha = 0$ die Abschaltphase des Primärstromes im Augenblick des Nulldurchganges in Richtung zur positiven Halbwelle.

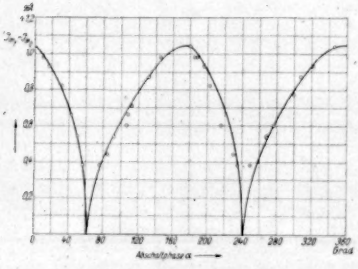


Abb. 6. Änderung des Magnetisierungsstromes $(I_{m1} - I_{m0})$ in Abhängigkeit von der Abschaltphase α für $0{,}1\ I_N$ nach Abschalten bei $1{,}2\ I_N$ bei einer Bürde von 15VA, cos $\beta = 1$.

Aus Abb. 6 ist folgendes zu entnehmen.

1. Wird ein Stromwandler bei größeren Stromstärken abgeschaltet, so kann der Verlauf der Magnetisierungsstromkurve I_m in Abhängigkeit von E_2 für kleine Werte von E_2 geändert werden.
2. Die Änderung ist verschieden groß je nach der Abschaltphase. Sie beträgt bei dem Versuchswandler bei einer Bürde von $0{,}6\,\Omega$ im Maximum $1{,}0_4$ mA.
3. Die Änderung hat stets dasselbe Vorzeichen, einerlei, ob bei positiver oder negativer Halbwelle des Stromes abgeschaltet worden ist.
4. Die beiden Maxima zeigen einen abgerundeten Verlauf, während die beiden Minima einen spitzen Verlauf haben, d. h. es wird praktisch stets nach dem Abschalten eine Änderung der Wandlerfehler bei kleinen Stromstärken auftreten.

Der Verlauf der Kurve $I_{m1} - I_{m0}$ abhängig von der Abschaltphase α ist aus der Hysteresisschleife leicht zu erklären. Dieses sei an Hand einer schematischen, unter Heranziehung der Kurve I_m der Abb. 5. bis zu einem bestimmten Wert von E_2 (100 Proz. E_2 etwa gleich 6 Volt) entworfenen Hysteresisschleife in Abb. 7 durchgeführt.

Die Achsen sind mit I_0 und E_2 bezeichnet, da I_0 der Feldstärke $\mathfrak{H}$ und E_2 der Induktion $\mathfrak{B}$ proportional ist. Die Abszissenachse ist außer mit einer Prozentteilung für den Leerlaufstrom I_0 mit einer der Abschaltphase α entsprechenden Winkelteilung versehen, die man aus der Beziehung zwischen Leerlaufstrom I_0 und Phase α unter der Voraussetzung eines sinusförmigen Verlaufs des Leerlaufstromes I_0 erhält. Schaltet man den Stromwandler bei dem Leerlaufstrom

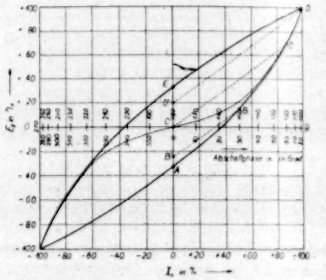


Abb. 7. Hysteresisschleife, schematisch.

$I_0 = 0$, d. h. Abschaltphase $\alpha = 0$, ab, so ist ein Maximum an Remanenz vorhanden (Punkt A); infolgedessen muß bei $\alpha = 0$ auch die größte Änderung der Stromwandlerfehler durch Abschalten erfolgen, was mit der Kurve in Abb. 6 in Einklang steht. Mit steigendem Strom wird der Wandler nach und nach ummagnetisiert, daher wird nach dem Abschalten auch die Remanenz zunächst kleiner werden (vgl. die Punkte B, B'), so daß der Einfluß auf die Änderung der Stromwandlerfehler geringer wird. Bei Abschalten an dem Punkt C (α etwa $= 60°$) wird eine vollkommene Entmagnetisierung des Wandlers erreicht sein, d. h. die Fehleränderung ist gleich Null, was auch mit Abb. 6 in Einklang steht. Bis zum Punkt D ($\alpha = 90°$, Maximum des Leerlaufstromes) steigt die nach dem Abschalten vorhandene Remanenz wieder an und erreicht dann, von $\alpha = 90°$ bis $\alpha = 180°$ weiter ansteigend, ihr zweites Maximum bei $\alpha = 180°$ (Punkt E). Über den anderen Zweig der Schleife wiederholt sich dasselbe. Man sieht also, daß die größte Fehleränderung nicht beim Abschalten im Maximum des Leerlaufstromes ($\alpha = 90°$) erfolgt, sondern vielmehr dann, wenn der Leerlaufstrom gleich Null ist, d. h. also bei $\alpha = 0°$ bzw. $180°$.

Die Änderung der Wirkkomponente I_w des Leerlaufstromes nach dem Abschalten ist geringfügig, daß diese zunächst außer Betracht gelassen werden soll.

7. Bestimmung der durch Abschalten hervorgerufenen Änderung der Wandlerfehler

Es soll nun mit Hilfe des Stromwandlerdiagrammes (Abb. 8) untersucht werden, wie sich die Änderung des Magnetisierungsstromes auf die Wandlerfehler unmittelbar auswirkt, und zwar zunächst unter Zugrundelegung der bereits angegebenen Versuchsbedingungen und der an dem Versuchswandler gewonnenen Meßergebnisse, also: natürlicher Wandler 200/198 Wdg. – Bürde 15 VA, $\cos\beta = 1$ – Abschalten bei $1{,}2\ I_N$ – darauffolgende Messung bei $0{,}1\ I_N$ – maximale Änderung des Magnetisierungsstromes $1{,}0_4$ mA bei Abschaltphase $\alpha = 0°$ bzw. 180°.

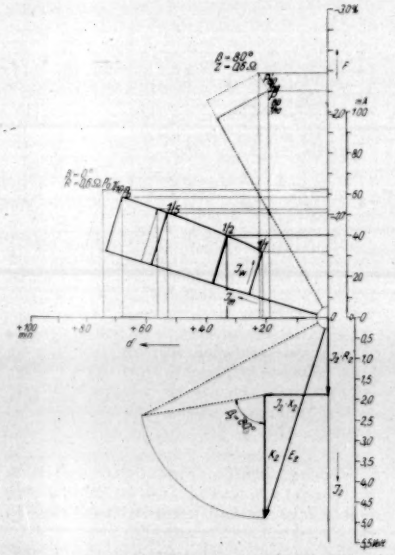


Abb. 8. Stromwandlerdiagramm nach Möllinger-Gewecke zur Bestimmung der Wandlerfehler nach dem Abschalten.

Die stark ausgezogenen Vektoren zeigen das Diagramm ohne den Schalteinfluß. Für $^1/_{10}\ I_N$, Punkt P_0, betragen die Fehler des Versuchswandlers bei 15 VA, $\cos\beta = 1$: $F_0 = -1{,}1_8$ Proz. und $\delta_0 = +67'$. Eine direkte Messung der Fehler des Versuchswandlers in der Scheringprüfeinrichtung ergab dieselben Werte. Durch Abschalten wurde I_m im Maximum um $1{,}0_4$ mA geändert. Die entsprechenden Änderungen im Diagramm zeigen die punktierten Linien und zwar betragen jetzt die Fehler des Versuchswandlers bei $^1/_{10}\ I_N$ (Punkt P_0'): $F_1 = -1{,}2_5$ Proz. und $\delta_1 = +74{,}0'$. Die durch das Abschalten hervorgerufene Fehleränderung beträgt also: $F_1 - F_0 = -0{,}0_7$ Proz. und $\delta_1 - \delta_0 = +6{,}4'$. Im Diagramm sind außerdem die Stromwandlerfehler für 15 VA bei großer Phasenverschiebung der Bürde ($\beta = 80°$) ermittelt und der durch Abschalten hervorgerufene maximale Schalteinfluß. Hierbei betragen die Fehleränderungen $F_1 - F_0 = -0{,}1_7$ Proz. und $\delta_1 - \delta_0 = +3{,}2'$. Den Einfluß der maximalen Änderung des Magnetisierungsstromes auf die Stromwandlerfehler bei einer bestimmten Bürde abhängig von deren Phasenverschiebung zeigt Abb. 9. Die Kurven sind aus dem Diagramm der Abb. 8 konstruiert.

Wie aus den Abb. 6, 8 und 9 zu entnehmen ist, wird durch den Schalteinfluß der Übersetzungsfehler stets negativer und der Winkelfehler stets positiver. Bei kleiner Phasenverschiebung der Bürde ist die Winkelfehleränderung groß und die Änderung des Übersetzungsfehlers klein, bei großer Phasenverschiebung dagegen ist das Umgekehrte der Fall.

Es ist noch festzustellen, wie sich der Schalteinfluß über die ganze Fehlerkurve eines Stromwandlers erstreckt. Zu diesem Zwecke wurde der Wandler bei $1{,}2\ I_N$ in der Abschaltphase $\alpha = 180°$ abgeschaltet und dann I_m und I_w in Abhängigkeit von E_2 aufgenommen. Der Verlauf von I_m ist in Abb. 5 (obere Kurve mit Remanenz) eingetragen. Die Änderung von I_w ist so klein, daß sie praktisch bedeutungslos ist. Aus dem Verlauf der Kurven für I_m in Abb. 5 ist zweierlei zu entnehmen:

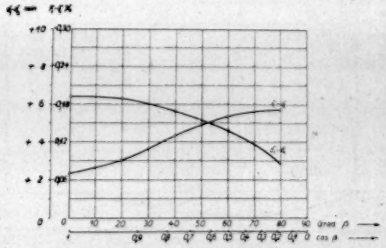


Abb. 9. Einfluß der maximalen Änderung des Magnetisierungsstromes auf die Stromwandlerfehler für eine Bürde von 15 VA abhängig von deren Phasenverschiebung. Wandler abgeschaltet bei $1{,}2\ I_N$, gemessen bei $0{,}1\ I_N$.

1. Der Schalteinfluß erstreckt sich praktisch nur bis zu etwa 0,5 I_N (denn E_2 war für 15 VA und 1,0 I_N gleich 5,1 Volt, die Kurven laufen jedoch bei etwa 3 Volt ineinander über).
2. Die Kurve für I_m nach dem Schalten muß, wie bereits gezeigt, bei der in Abb. 5 gewählten Lage der Koordinaten stets oberhalb von I_m ohne Remanenz verlaufen. Das bedeutet, daß nach dem Schalten zur Erzeugung einer bestimmten Spannung E_2 im Anfangsbereich ein größerer Magnetisierungsstrom erforderlich ist als vorher, da die Permeabilität kleiner geworden ist. Dasselbe Ergebnis hatte H. Vahl (10) in seiner Untersuchung über die Gleichstromvormagnetisierung von Stromwandlern gefunden. Bei Stromwandlern erhält man demnach durch die beim Abschalten im Stromwandlerkern verbleibende Remanenz wie bei der Gleichstromvormagnetisierung stets eine Verkleinerung der Permeabilität und damit eine Vergrößerung des Leerlaufstromes und der Fehler.

Es soll nun auch kurz die Änderung von I_w betrachtet werden. Zu diesem Zweck sind in Abb. 10 die nach dem Abschalten beim 1,2-fachen Nennstrom bei 0,1 I_N gemessenen maximalen Änderungen von I_m und I_w für den Anfangsbereich von E_2 aufgetragen.

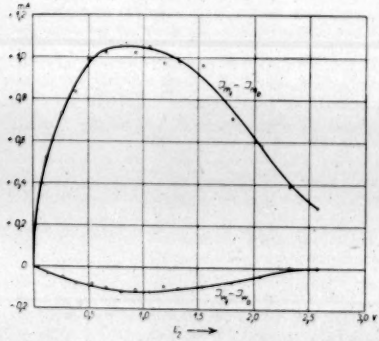


Abb. 10. Änderung der Wirk- und Blindkomponente des Leerlaufstromes durch Abschalten.

Aus Abb. 10 ist zu ersehen, daß durch das Schalten auch eine kleine Änderung von I_w hervorgerufen wird. Während jedoch die Änderung von I_m stets positiv war, ist die Änderung von I_w stets negativ. Sie ist jedoch so klein, daß man sie in praktischen Fällen unberücksichtigt lassen kann. Die Kurven in Abb. 5 und Abb. 10 vermitteln jedoch noch nicht den richtigen Eindruck, wie sich die Änderungen von I_m und I_w auf die Wandlerfehler unmittelbar auswirken. Es ist aus der Konstruktion des Möllinger-Diagrammes bekannt, daß man zur Ermittlung der Wandlerfehler bei einem Teilstrom die Werte für I_m und I_w jeweils mit dem Verhältnis des Wertes von E_2 bei Nennstrom (E_N) zu dem Wert von E_2 bei dem Teilstrom (E_T) zu multiplizieren hat. Multipliziert man also die Ordinaten der Kurven in Abb. 10 mit dem zugehörigen Verhältnis $\frac{E_N}{E_T}$, so erhält man den Verlauf der Änderungen von I_m und I_w, wie er sich tatsächlich auf die Änderung der Stromwandlerfehler auswirkt. Dieser Verlauf ist in Abb. 11 aufgetragen.

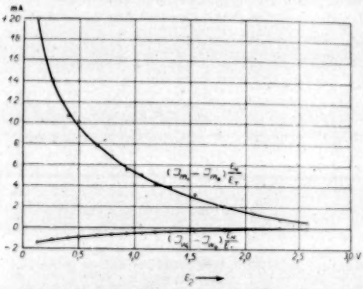


Abb. 11. Wahrer Einfluß der durch Abschalten hervorgerufenen Änderung der Komponenten des Leerlaufstromes auf die Fehlerkurven eines Stromwandlers.

Da E_2 bei Nennstrom 5,1 Volt betrug, so ergibt sich aus vorstehenden Kurven, daß sich die durch Schalten verursachte Änderung der Wandlerfehler praktisch nur bei kleinen Meßstromstärken bemerkbar macht (vgl. auch das Diagramm in Abb. 8).

8. Schalteinfluß an einem Stromwandler mit Kunstschaltung und an einigen auf dem Markt befindlichen Stromwandlertypen

Die Untersuchung hatte gezeigt, daß der nach dem Abschalten verbleibende Restmagnetismus die Ursache für die Fehleränderungen ist. Je größer die Remanenz, desto größer ist auch die Fehleränderung. Die in Abschnitt 6 an dem „natürlichen" Wandler nach Abschalten gemessenen Fehleränderungen betrugen bei 15 VA, $\cos\beta = 1$ bei 0,1 I_N: $F_1 - F_0 = -0{,}0_7$ Proz. und $\delta_1 - \delta_0 = +6{,}_4'$. Für Wandlervergleichs- und Kontrollmessungen zur Beurteilung von Wandlerprüfeinrichtungen und bei der Messung von Präzisionsstromwandlern spielen solche Differenzen eine erhebliche Rolle. Es gibt nun Wandlertypen,

bei denen zur Erzielung eines günstigeren Verlaufs der Fehlerkurven ein Teil des Eisenkernes durch sog. Kunstschaltungen stärker magnetisiert wird, so daß nach dem Abschalten auch die verbleibende Remanenz größer und infolgedessen auch eine größere Fehleränderung zu erwarten ist. Es sind dieses z. B. solche Kunstschaltungen, bei denen einige Windungen nur einen Teil des Eisenkernes umfassen. Mit einer solchen Kunstschaltung wurde der Versuchswandler nunmehr ausgerüstet, und zwar wurde, wie bereits in Abschnitt 2 gesagt, die Sekundärwicklung von 198 auf $195 + {}^{8}/_{2}$ Windungen umgewickelt. Der Versuchswandler lag damit innerhalb der Fehlergrenzen der Klasse 0,5 (vgl. Abb. 1).

Der Wandler wurde wieder bei 1,2 I_N (Bürde 15 VA $\cos\beta = 1$) abgeschaltet und sodann wurden bei 0,1 I_N die Fehleränderungen $F_1 - F_0$ und $\delta_1 - \delta_0$ als Funktion der Abschaltphase in der Stromwandlerprüfeinrichtung nach Schering-Alberti ermittelt (vgl. Schaltung Abb. 4). Das Meßergebnis ist in Abb. 12 aufgetragen.

Die Kurven ähneln in ihrem Verlauf der in Abb. 6 dargestellten Kurve und weisen gleichfalls den spitzen Verlauf an den Stellen der beiden Minima auf. Man hat also auch bei einer solchen Wandlertype mit erheblichen Änderungen der Wandlerfehler bei kleinen Stromstärken nach dem Abschalten zu rechnen. Die Fehleränderungen betrugen bei dem Versuchswandler bis zu $-0{,}5_3$ Proz. und $+27{,}0'$ (an demselben Wandler ohne Kunstschaltung bei derselben Bürde $-0{,}07$ Proz. und $+6{,}4'$). Wie aus

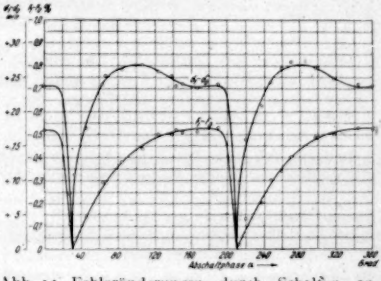


Abb. 12. Fehleränderungen durch Schalten an einem Stromwandler mit Kunstschaltung.

Zahlentafel

Untersuchter Wandler Nr.	Übersetzung Amp	Bürde	gemessen bei I_N	Übersetzungsfehleränderung $F_1 - F_0$ in Proz.	Winkelfehleränderung $\delta_1 - \delta_0$ in Minuten
		A. Stromwandler der Klasse 0,5			
	5/5	15 VA $\cos\beta = 1$	0,1	$-0{,}4_0$	$+18{,}_6$
			0,2	$-0{,}1_4$	$+10{,}_0$
1			0,5	$-0{,}0_1$	$+0{,}_5$
	5/5	15 VA $\cos\beta = 0{,}5$	0,1	$-0{,}6_5$	$+11{,}_9$
	5/5	60 VA $\cos\beta = 1$	0,1	$-0{,}3_0$	$+33{,}_2$
	5/5	60 VA $\cos\beta = 0{,}5$	0,1	$-0{,}7_1$	$+15{,}_3$
2	5/5	15 VA $\cos\beta = 0{,}8$	0,1	$-0{,}4_4$	$+18{,}_0$
3	30/5	15 VA $\cos\beta = 0{,}8$	0,1	$-0{,}0_5$	$+1{,}_2$
4	600/5	15 VA $\cos\beta = 0{,}8$	0,1	$-0{,}0_1$	$+2{,}_5$
		B. Meßbereichwähler und Normalwandler			
5	5/5	3,5 VA $\cos\beta = 1$	0,1	$-0{,}1_3$	$+7{,}_0$
			0,3	$-0{,}0_7$	$+2{,}_2$
6	5/5	3,5 VA $\cos\beta = 1$	0,1	$-0{,}1_0$	$+2{,}_0$
			0,3	$-0{,}0_6$	$+1{,}_0$
7	5/5	3,5 VA $\cos\beta = 1$	0,1	$-0{,}0_4$	$+2{,}_1$
			0,3	$-0{,}0_2$	$+0{,}_6$
8	5/5	3,5 VA $\cos\beta = 1$	0,1	$-0{,}0_3$	$+0{,}_7$
			0,3	$\pm 0{,}0_0$	$+0{,}_2$
9	5/5	3,5 VA $\cos\beta = 1$	0,1	$-0{,}0_1$	$+0{,}_2$

den Ausführungen in Abschnitt 7 hervorgeht, wird bei Phasenverschiebung der Bürde die Änderung des Übersetzungsverhältnisses noch größer, die des Fehlwinkels dagegen kleiner.

In der umstehenden Tabelle sind Meßergebnisse über Fehleränderungen an einigen auf dem Markt befindlichen Stromwandlertypen zusammengestellt, die, ebenso wie dies bei den Untersuchungen an dem Versuchswandler geschah, bei 1,2 I_N abgeschaltet wurden. Es sind dies z. T. Wandler mit Kunstschaltung und z. T. solche ohne Kunstschaltung.

Man sieht aus der Zahlentafel, daß bei marktgängigen Stromwandlertypen durch Abschalten tatsächlich Fehleränderungen auftreten, die in derselben Größe liegen, wie die des Versuchsmodells. Der untersuchte Wandler Nr. 1 der vorstehenden Zahlentafel war z. B. mit einer solchen Kunstschaltung ausgerüstet, wie sie bei dem Versuchsmodell angebracht worden ist. Daraus folgt, daß man gerade bei der Messung der Fehler von gewissen modernen Stromwandlern mit Kunstschaltung besonders sorgfältig verfahren muß. Es sei in diesem Zusammenhange erwähnt, daß noch größere Änderungen der Stromwandlerfehler als die in der Zahlentafel aufgeführten bei Wandlern der Klasse 1 zu erwarten sind, da diese entweder eine größere Nennbürde haben oder bei kleiner Bürde weniger Eisen oder geringere AW-Zahlen, also Eigenschaften, die die Remanenz nach dem Abschalten vergrößern. Aus der Zahlentafel ist ferner zu entnehmen, daß selbst Präzisionsstromwandler nicht unerheblichen Fehleränderungen unterworfen sind.

9. Schlußfolgerungen

Durch die vorliegende Arbeit ist experimentell nachgewiesen worden, daß die Fehler von Stromwandlern sich für kleine Stromstärken erheblich ändern können, wenn die Wandler bei größeren Stromstärken abgeschaltet worden sind. Die Ursache hierfür ist die Remanenz. Um diese zu vermeiden, ergeben sich für genaue Wandlermessungen folgende Forderungen:

Stromwandler müssen vor Beginn der Messung sorgfältig entmagnetisiert werden. Eine hierfür geeignete Entmagnetisierungseinrichtung ist im Abschnitt 4 beschrieben.

Stromwandlermessungen sollen stets in der Reihenfolge von großen nach kleinen Stromstärken erfolgen, da der Wandler auf diese Weise bei feinstufiger Regelung selbsttätig entmagnetisiert wird.

Die Einregulierung der Stromstärken soll bei der Prüfung eines Wandlers durch stufenlose Regelung erfolgen. Mußte der Wandler aus irgendeinem Grund während der Messung abgeschaltet werden, so ist zunächst wieder auf die Nennstromstärke herauf- und erst dann wieder auf die gewünschte Meßstromstärke herunterzuregeln.

Normalwandler sollten grundsätzlich nur als „natürliche" Wandler gebaut werden und zum Feinabgleich ihrer Fehler mit solchen Kunstschaltungen versehen werden, die nach dem Abschalten keinen nennenswerten remanenten Magnetismus im Eisenkern des Wandlers verursachen können.

Literaturverzeichnis

1) ATM., Archiv für Technisches Messen, Oktober 1932, Z. 20–4.
2) H. Schering u. E. Alberti, Arch. f. Elektrotechn. **2**, 263, 1914.
3) W. Hohle, Arch. f. Elektrotechn. 27, 849, 1933.
4) VDE-Fachberichte **8**, 53, 1936. — A. Palm, Elektr. Meßgeräte und Meßeinrichtungen. Verlag Springer, Berlin 1937, 101.
5) Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1935, Nr. 107, 19 (Rump, Bähre), erschienen in der Physik. Zeitschr. **37**, 277, 1936.
6) A. Möllinger, Wirkungsweise der Motorzähler und Meßwandler. Verlag Springer, Berlin 1925, 213.
7) VDE-Regeln für Wandler REW 0414/1932.
8) ATM., Archiv für Technisches Messen, 1932, Z. 20–2. Spaltwicklung auf Doppelkern, Abb. 2 u. 3.
9) W. Hohle, Physik. Zeitschr. 1937, 300, und die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1937, 29, Nr. 161 (L. Mollwo), erschienen in der Physik. Zeitschrift **39**, 233, 1938.
10) VDE-Fachberichte 1934, 38–40.

Charlottenburg, 31. Mai 1938.

(Eingegangen 13. Juli 1938)

Über Elementumwandlungen im Innern der Sterne. II

Von C. F. v. Weizsäcker

Erster Teil

Schwierigkeiten für die Aufbauhypothese

§ 1. Die Bedeutung der Aufbauhypothese

In einer vorangegangenen Arbeit[1]) wurde versucht festzustellen, welche Umwandlungen von Atomkernen im Innern der Sterne stattfinden und welche Bedeutung diese Umwandlungen für Bau und Entwicklung der Sterne haben. Weitere Untersuchungen haben gezeigt, daß ein Teil der dort verwendeten hypothetischen Voraussetzungen nicht aufrechterhalten werden kann. Die vorliegende Arbeit kann daher noch keine quantitative Durchführung der Theorie bringen; sie beschränkt sich auf eine erneute qualitative Diskussion des Problems unter veränderten Voraussetzungen.

Von der Theorie wird zunächst verlangt, daß sie wenigstens in gewissen einfachen Fällen voraussagt, welche Kernreaktionen in einem Stück Materie von vorgegebener physikalischer und chemischer Beschaffenheit spontan ablaufen. Damit ist aber ihre Aufgabe nicht erschöpft. Da wir die physikalischen und chemischen Bedingungen, die im Sterninnern herrschen, nicht direkt beobachten können, muß die Theorie diese selbst erst bestimmen. An dieser Stelle ist eine Hypothese notwendig, denn wir wissen a priori nicht, ob außer dem Elementaufbau durch Kernprozesse, dessen quantitative Beschreibung das Ziel der Theorie ist, noch andere bisher unbekannte oder nicht berücksichtigte Effekte diese Bedingungen verändern. In I wurde angenommen, daß solche Effekte nicht vorhanden seien; diese Annahme wurde als Aufbauhypothese bezeichnet.

Diese Fassung der Hypothese enthält aber noch eine Unbestimmtheit. Die Kernreaktionen üben nämlich gleichzeitig zwei verschiedene Wirkungen aus: sie ändern den physikalischen Zustand der Materie durch die Freimachung von Energie und ihre chemische Zusammensetzung durch die Umwandlung der Elemente. Die Betrachtung der Energieerzeugung ist der unproblematische Teil der Theorie: zur Erklärung der Strahlung der Sterne sind die Kernreaktionen oder Effekte von ähnlicher Energieausbeute notwendig, und die Aufbauhypothese ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß die Kernprozesse allein dazu auch hinreichend seien. Dagegen ist die Umwandlung der Elemente gewissermaßen ein Nebenergebnis der Kernreaktionen, über dessen Bedeutung für die Lebensgeschichte der Sterne zunächst nichts bekannt ist. Nun zeigt ja die empirische Häufigkeitsverteilung der chemischen Elemente charakteristische, anscheinend im ganzen Kosmos ziemlich einheitlich gültige Gesetzmäßigkeiten, die uns zum Versuch einer Erklärung durch die Annahme eines einheitlichen Entstehungsprozesses drängen. Es liegt nahe, diesen Prozeß eben in den Elementumwandlungen zu suchen, die mit der Energieerzeugung in den Sternen notwendigerweise verbunden sind. Wir können aber auch die Möglichkeit nicht von vornherein ausschließen, daß die chemischen Elemente schon vor der Entstehung der Sterne, wie wir sie heute kennen, durch einen anderen Prozeß gebildet waren, und daß die heutigen energieerzeugenden Reaktionen nur eine geringfügige Änderung der ursprünglichen Häufigkeitsverteilung hervorgebracht haben. Wir müssen also unterscheiden zwischen einer engeren Fassung der Aufbauhypothese, welche die Rolle der heute im Stern ablaufenden Kernreaktionen auf die Energieerzeugung beschränkt, und einer weiteren Fassung, die außer dem damit verbundenen Elementaufbau keine anderweitigen Prozesse der Elemententstehung in der Geschichte des Kosmos in Betracht zieht.

In I wurde, als einfachste der möglichen Annahmen, die weitere Fassung der Hypothese zugrunde gelegt. Dabei erwies es sich als unmöglich, denselben Prozeß unmittelbar für die Energieerzeugung und die Elemententstehung verantwortlich zu machen, da die Anlagerung von Wasserstoff, die zur Energieerzeugung notwendig ist, nicht zum Aufbau schwerer Elemente führt. Es wurde aber eine kausale Verknüpfung zwischen beiden Vorgängen hergestellt durch die Annahme, daß die energieerzeugende Reaktion als Nebenprodukt Neutronen erzeuge, die dann den Höheraufbau der Elemente übernehmen sollten. Diese Annahme stößt nun beim Versuch einer quantitativen Durchführung auf eine Reihe von Schwierigkeiten, die kaum überwindbar erscheinen. Erstens ist es unsicher, ob überhaupt Neutronen in merklicher Menge entstehen, und wenn sie entstehen, so scheint es sicher, daß dabei gleichzeitig Helium in einer Menge gebildet werden muß, die mit astrophysikalischen Daten über die Häufigkeit dieses Elements unvereinbar sein dürfte. Zweitens kann der Aufbau beträchtlicher Mengen von Uran und Thorium über sehr kurzlebig radioaktive Zwischenprodukte hinweg auch durch die in I gemachten Hilfsmaßnahmen anscheinend nicht erklärt werden. Schließlich liefert der Aufbau durch Neutronen keine befriedigende Erklärung für die empirische Parallelität zwischen

[1]) C. F. v. Weizsäcker, Physik. Zeitschr. **38**, 176, 1937. (Im folgenden als I zitiert.)

Bindungsenergie und Häufigkeit der verschiedenen Kernsorten.

Wir sind daher wohl genötigt, auf die weitere Fassung der Aufbauhypothese zu verzichten. In der Tat spricht kein empirischer Grund gegen eine Beschränkung auf die engere Fassung. Es ist durchaus möglich, daß die Bildung der Elemente vor der Entstehung der Sterne, in einem vom heutigen wesentlich verschiedenen Zustand des Kosmos stattgefunden hat. Zwar führen die energieerzeugenden Prozesse zwangsläufig zu einer Änderung der Elementverteilung im Laufe der Sternentwicklung. Wahrscheinlich sind die Sterne aber noch so jung, daß sie in ihrem bisherigen Lebenslauf noch gar keine Zeit gehabt haben, ihre chemische Zusammensetzung wesentlich zu ändern. Der Wasserstoffvorrat einer ursprünglich aus reinem Wasserstoff bestehenden Sonne reicht aus, um ihre heutige Ausstrahlung für $3 \cdot 10^{11}$ Jahre zu decken. Andererseits nötigen geologische und astronomische Daten uns nicht, der Sonne ein höheres Alter als etwa $3 \cdot 10^9$ Jahre zuzuschreiben; und wenn man die Rotverschiebung in den Spektren der Spiralnebel als Dopplereffekt deuten darf, so bietet die Rückextrapolation dieser explosionsartigen Bewegung konkreten Anlaß, der Welt für einen etwa $3 \cdot 10^9$ Jahre zurückliegenden Zeitpunkt einen wesentlich anderen physikalischen Zustand zuzuschreiben als heute. Demnach hätte die Sonne bis jetzt erst 1 Proz. ihrer Masse umgewandelt. Es ist interessant, daß der Verzicht auf die weitere Fassung der Aufbauhypothese zu einer neuen, unabhängigen Altersbestimmung führt, die mit den genannten Zahlen gut übereinstimmt. Die heute noch vorhandenen radioaktiven Elemente müssen nämlich, wenn sie nicht dauernd in den Sternen nachgebildet werden, zu einer Zeit entstanden sein, die nicht größenordnungsmäßig weiter als um ihre Halbwertszeit zurückliegt. Quantitative Abschätzungen[1]) haben ein Alter der heutigen Elementverteilung von rund $5 \cdot 10^9$ Jahren ergeben.

Die vorliegende Arbeit behandelt im ersten Teil die Gründe, die gegen die weitere Fassung der Aufbauhypothese sprechen. Der zweite Teil der Arbeit soll die engere Fassung begründen und ausbauen. Schließlich versucht der dritte Teil die Schlüsse zusammenzustellen, die man vielleicht auf den Zustand der Welt zur Zeit der Entstehung der Elemente ziehen kann.

§ 2. Die Erzeugung der Neutronen

Es ist bisher nicht gelungen, mit Sicherheit anzugeben, welche speziellen Reaktionen die Energie der Sterne liefern, und daher wissen wir noch nicht, ob bei diesen Reaktionen überhaupt Neutronen in beträchtlicher Menge erzeugt werden. Die in I vorgeschlagenen Reaktionszyklen scheinen alle kernphysikalisch unmöglich zu sein. Wir verzichten hier auf eine genauere Diskussion der möglichen Reaktionen, da wir sie weiter unten (§ 6) unter veränderten Voraussetzungen noch einmal durchführen müßten, und nehmen zugunsten der weiteren Fassung der Aufbauhypothese einmal an, eine neutronenliefernde Reaktion sei gefunden. Wir können unter dieser Voraussetzung eine untere Schranke für die Häufigkeit von Helium im Stern, verglichen mit der Gesamthäufigkeit der schwereren Elemente, bestimmen, die mit der empirischen Häufigkeit von Helium unvereinbar zu sein scheint.

Nach I müssen mit jedem erzeugten Neutron gleichzeitig α-Teilchen entstehen. Somit können schwere Elemente nicht erzeugt werden, ohne daß gleichzeitig Helium entsteht. Die günstigste neutronenliefernde Reaktion ist der Stoß zwischen zwei Deuteronen, bei dem unter allen Umständen ein Kern der Masse 3 entsteht, der irgendwie zu ^4He aufgebaut werden muß, und bei der außerdem etwa in der Hälfte der Fälle ein Neutron erzeugt wird. Somit entstehen auf ein Neutron im Mittel zwei Heliumkerne. Ist das mittlere Atomgewicht der durch die Anlagerung von Neutronen an Helium entstehenden schwereren Elemente A, so enthält ein schwerer Kern im Mittel einen der erzeugten Heliumkerne und $(A-4)$ Neutronen. Also müssen, damit ein schwerer Kern gebildet werden kann, $2\,(A-4)$ α-Teilchen entstehen, von denen eines in einen schweren Kern eingebaut wird; Helium verhält sich dann also in der Atomanzahl zu den schweren Elementen wie $(2\,(A-4)-1)$ zu 1. Schon für $A = 10$ ist das 11 : 1, für den empirisch etwa richtigen Wert $A = 25$ ist es 41 : 1. Das Massenverhältnis ist $4\,(2\,(A-4)-1) : A$, d. h. 6,6 : 1 für $A = 25$; für $A = 10$ erhält man 4,4 : 1, für $A \to \infty$ 8 : 1.

Dieser Wert ist eine untere Schranke, denn alle vernachlässigten Effekte streben, den Heliumgehalt noch höher zu machen. Es sind die folgenden:

1. Die Neutronen werden seltener, als oben angenommen, erzeugt. Jede überhaupt bis heute in Betracht gezogene Reaktion führt zur Bildung von α-Teilchen, dagegen nur wenige zur Bildung von Deuteronen; ebenso kann ein Neutron nur entstehen, wenn ein Deuteron auf ein zweites Deuteron trifft, während jede Reaktion eines Deuterons mit einem Proton zur Bildung eines α-Teilchens ohne Neutronen-

1) St. Meyer, Sitzungsber. d. Akad. Wiss. Wien, Abt. IIa, **146**, 175, 1937; W. Wefelmeier, Naturwiss. (im Erscheinen).

erzeugung führt. Auch wenn der neutronenerzeugende Prozeß im Stern der dominierende ist, werden doch immer gleichzeitig Nebenreaktionen ablaufen, die die relative Häufigkeit von Helium erhöhen.

2. Die Neutronen werden seltener, als oben angenommen, zur Bildung schwerer Kerne verwendet. Denn der Aufbau durch Neutronen von *He* oder eventuell *Be* aus geht nicht glatt vonstatten, vielmehr gibt es einige Zwischenkerne, bei denen sich mit gewisser Wahrscheinlichkeit ein Abbau einschiebt. Dadurch wird immer wieder ein Teil der Neutronen in Helium übergeführt.

Man dürfte sich daher nicht wundern, wenn die relative Häufigkeit von Helium noch wesentlich über der angegebenen Schranke läge. Die Erfahrung lehrt das Gegenteil. Aus dem neuen Buch von Unsöld[1]) entnehmen wir folgende Zahlen:

In *B*-Sternen, die man schwerlich als besonders heliumarm ansehen wird, erhält man ein Häufigkeitsverhältnis in Atomanzahlen

$$\text{Helium} : \text{Wasserstoff} \sim 1 : 100$$

mit einer Unsicherheit etwa um den Faktor 4 (S. 301). In Sonnenprotuberanzen (S. 416, 419) ergibt sich dasselbe Verhältnis etwa zu 1 : 30, äußerstenfalls 1 : 15. Andererseits verhält sich

$$\text{Wasserstoff} : \text{Metalle} \sim 50 : 1 \text{ (S. 136)},$$

und so erhält man für

$$\text{Helium} : \text{Metalle} \sim 1 : 2 \text{ bis } 3 : 1.$$

Selbst das günstigste Verhältnis 3 : 1 bleibt um den Faktor 10 unter der theoretischen unteren Schranke. Wenn auch die empirischen Daten noch sehr unsicher sein mögen (Russell rechnete mit Wasserstoff : Metalle $\sim$ 1000 : 1), so kann doch der Versuch, Theorie und Erfahrung hier noch in Einklang zu bringen, kaum als aussichtsreich gelten.

3. Die Entstehung von Uran und Thorium

In I wurde gezeigt, daß Uran und Thorium nur dann durch Neutronen aufgebaut werden können, wenn während des Aufbauprozesses ein schwerer Kern im Mittel in jeder Minute wenigstens ein Neutron einfängt, weil sonst die instabilen Zwischenkerne zwischen Blei und Thorium vor dem Höheraufbau wieder zerfallen. Andererseits zeigt die Seltenheit aller Elemente oberhalb von Eisen, daß ein zusammengesetzter Kern (oberhalb von Helium) im Mittel während seiner ganzen Lebenszeit im Stern nicht mehr als etwa 50 Neutronen einfängt. Folglich ist die gesamte Zeitspanne, während deren sich ein Kern in einem Gebiet des Sterns aufhalten darf, in dem er durch Neutronen höher aufgebaut werden kann, im Durchschnitt von der Größenordnung einer Stunde. Nun verhält sich diejenige Materiemenge, die jeweils gerade derartige Umwandlungen durchmacht, zur Gesamtmasse des Sterns wie diese Zeitspanne zu der Zeit, in der die gesamte Sternmasse den Aufbau durchgemacht haben wird, also etwa wie eine Stunde zu 10^{11} Jahren oder wie $1 : 10^{16}$. Somit sollte der Bruchteil der Sternmaterie, in dem jeweils gerade Energieerzeugung stattfindet, in einer Kugel Platz haben, deren Radius kleiner als der 10^{5}te Teil des Sternradius ist, bei der Sonne also etwa 10 km.

Entgegen der in I ausgesprochenen Hoffnung scheint eine derartige Konzentration der Energiequellen in einem im Zentrum regulären Sternmodell bei zeitlich stationärer Energieerzeugung unmöglich zu sein. Denn die in I erwähnte geringe Mittelpunktsdichte des Punktquellenmodells verschwindet, wenn man die Konvektion berücksichtigt[1]), und die Temperatur nimmt gegen den Mittelpunkt nicht hinreichend rasch zu, um bei der verhältnismäßig schwachen Temperaturabhängigkeit der Energieerzeugung (etwa $\varepsilon \sim T^{10}$) ein so kleines Gebiet auszuzeichnen.

Ein Ausweg wäre die Annahme, daß die Energieerzeugung überhaupt nicht gleichförmig, sondern in Form von kleinen, immer rasch wieder abreißenden Explosionen ablaufe. Die Explosionen müßten nur häufig und klein genug sein, um keine sichtbaren Schwankungen im Radius oder der Leuchtkraft des Sterns hervorzubringen. Es würde dann keine wohldefinierte Region der Energieerzeugung im Sterninnern geben, sondern nur eine Instabilitätszone in der Umgebung des Sternmittelpunktes, deren Größe etwa gleich der Größe der energieerzeugenden Region im normalen Modell wäre. Das Volumen der tatsächlichen Explosionsgebiete könnte dann sehr viel kleiner sein.

Jedoch ist es sehr fraglich, ob der wirkliche Reaktionsmechanismus zu einem derartigen Modell führen kann. Es muß ja jedenfalls eine Ursache vorhanden sein, die das Abreißen der Explosionen bei einer gewissen Größe bewirkt, denn sonst könnte es gar keine stabilen Sterne geben. Man muß aber offenbar schon einen sehr speziellen Mechanismus erfinden, bei dem diese selbe Ursache nicht schon das Entstehen der Explosion verhindert, sondern erst bei einer

1) A. Unsöld, Physik der Sternatmosphären, Berlin 1938.

1) Hierauf hat mich Herr Biermann hingewiesen. Vgl. Cowling, Monthly Not. Roy. Astr. Soc. London **94**, 768, 1934.

gewissen Größe zu wirken beginnt. Betrachtet man etwa den in I vorgeschlagenen Modellzyklus, so würde man in der Tat annehmen, daß er entweder überhaupt nicht oder vollständig explosiv verläuft. Die physikalische Chemie kennt zwei Kriterien für den explosiven Verlauf einer Reaktion[1]: ein starkes Anwachsen der Reaktionswahrscheinlichkeit mit der Temperatur, und eine Verzweigung der Reaktionskette, d. h. die Erzeugung eines Produkts, das selbst Ausgang einer neuen Kette werden kann, im Verlauf einer normalen Reaktionskette. Beide Bedingungen sind bei dem Modellzyklus erfüllt. Ausgeschaltet wird andererseits die Wirkung der ersten Bedingung, wenn die bei der Reaktion freigemachte Energie zu rasch zerstreut wird, als daß es zu einer beträchtlichen Temperaturerhöhung kommen könnte, und die Wirkung der zweiten Bedingung durch ein Abbrechen der Reaktionsketten. Auch diese beiden hemmenden Faktoren wirken im Stern. Für den Transport der Energie steht außer der Strahlung und Konvektion die Umwandlung in potentielle Energie der Gravitation durch eine mit Schallgeschwindigkeit stattfindende Expansion des Sterns zur Verfügung; und die in den Zyklus eingeschobenen β-Zerfälle brechen die Reaktionsketten zwar nicht definitiv, aber jeweils für eine Zeitspanne ab, die genügen sollte, um inzwischen das Gleichgewicht mit der Umgebung wiederherzustellen. Eine genaue Diskussion des Problems ist sicher sehr schwierig, und wir verzichten hier auf ihre Durchführung; für den hier verfolgten Zweck dürfte der Hinweis genügen, daß nicht einzusehen ist, warum die hemmenden Faktoren, wenn sie imstande sind, eine schon begonnene Explosion zum Stehen zu bringen, nicht noch viel eher hinreichen sollten, um die Einleitung einer Explosion zu verhindern.

Wir müssen also wohl folgern, daß zum mindesten Uran und Thorium entstanden sind, ehe die Sonne in ihrem heutigen Zustand vorhanden war. Da diese beiden Elemente sich der Häufigkeitsverteilung ihrer stabilen Nachbarn im periodischen System gut einfügen, wird man auch hierdurch gedrängt, für alle schwereren Kerne die weitere Aufbauhypothese fallenzulassen.

§ 4. Die Beziehung zwischen Massendefekt und Häufigkeit

Eine Grunderfahrung, deren Erklärung man von der Theorie der Elemententstehung fordern muß, ist die überwiegende Häufigkeit der energetisch besonders stabilen Kerne. Sie wird am deutlichsten in der Harkinsschen Regel, welche besagt, daß die Kerne mit geraden Teilchenanzahlen, die energetisch zweifellos stabiler sind als die mit ungeraden, auch fast durchweg in der Natur häufiger sind als diese. In I wurde eine Erklärung dieser Tatsache im Rahmen der Hypothese des Aufbaus durch Neutronen versucht. Inzwischen hat sich gezeigt, daß das theoretische Fundament dieser Erklärung nicht tragfähig war. Außerdem scheint jetzt eine über die Harkinssche Regel hinausgehende Korrelation zwischen Massendefekt und Häufigkeit empirisch gesichert zu sein, die der genannten Erklärung auf jeden Fall nicht zugänglich wäre.

In I wurde angenommen, der mittlere Wirkungsquerschnitt eines Kerns für die Anlagerung von Neutronen, deren Energie der Sterntemperatur entspricht, sei um so größer, je mehr Energie bei dieser Anlagerung gewonnen wird. In der Tat würden dann die ungeraden Kerne größere Wirkungsquerschnitte haben und daher im stationären Betrieb seltener sein als die geraden. – Die Ursache des postulierten Zusammenhangs zwischen Wirkungsquerschnitt und Anlagerungsenergie sollte darin liegen, daß die Anzahl der Resonanzniveaus für Neutroneneinfang pro Energieintervall sehr rasch mit der Anlagerungsenergie der Neutronen zunimmt. – Inzwischen hat Landau[1] aber sehr wahrscheinlich gemacht, daß die „reduzierte partielle Neutronenbreite", welche proportional ist zur Wahrscheinlichkeit der Einfangung in ein Niveau, ihrerseits zur Zahl der Niveaus pro Energieintervall umgekehrt proportional ist. Dadurch würde die Wirkung der großen Niveaudichte exakt kompensiert: der Wirkungsquerschnitt, gemittelt über viele Niveaus, wäre gerade unabhängig von der Anzahl der Niveaus pro Energieintervall.

Für höhere Energien, bei denen die Niveaus so dicht und breit werden, daß sie nicht mehr getrennt werden können, muß nämlich der Wirkungsquerschnitt jedenfalls unabhängig von der Niveaudichte gleich dem geometrischen Kernquerschnitt werden. Diese Unabhängigkeit des mittleren Wirkungsquerschnittes von der Niveaudichte hat Landau nun, ausgehend von Argumenten der mathematischen Einfachheit, auch für das Gebiet der getrennten Niveaus gefordert. Diese Extrapolation kann auch durch das folgende physikalische Argument gestützt werden. Die Schmalheit eines Niveaus bedeutet eine lange Lebensdauer des Kerns in dem betreffenden Zustand. Die empirisch geforderten

1) Vgl. etwa M. Bodenstein, Naturwiss. **38**, 609, 1937, und die Vorträge und Diskussionen in Zeitschr. f. Elektrochemie **42**, 439ff., 1936.

1) L. Landau, Sow. Phys. **11**, 556, 1937.

sehr langen Lebensdauern erklärt man nach Bohr dadurch, daß im Wechselspiel der inneren Bewegungen eines angeregten Kerns nur selten die zum Entweichen notwendige Energie auf ein Teilchen konzentriert wird. Diese vorübergehende Energiekonzentration auf ein bestimmtes Teilchen ist nun offenbar ein klassischer Begriff, der nur im Grenzfall großer Quantenzahlen, d. h. bei Überlagerung vieler Quantenzustände überhaupt definiert werden kann. Je weiter die Zustände auseinanderrücken, desto weiter entfernt man sich von diesem Grenzfall, und schließlich kann man in einem einzelnen sehr tiefen Zustand, etwa gar dem Grundzustand, gar nicht mehr definieren, was Energiekonzentration auf ein Teilchen heißt; daher fällt dieser Grund für die Schmalheit der Niveaus fort. Diese Überlegung beweist zwar nicht den Landauschen Ansatz, aber sie zeigt, daß beim gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse kein Grund besteht, einen anderen Ansatz zu machen. Die Harkinssche Regel ergibt sich demnach bei der Annahme des Neutronenaufbaus nicht als Folgerung aus der heutigen Kernphysik.

Die allgemeinere Beziehung zwischen Massendefekt und Häufigkeit hat Wefelmeier hervorgehoben und für die Kerntheorie verwertet[1]). Sie zeigt sich vor allem, wenn man lauter leichte gerade Elemente untereinander vergleicht, also etwa *C*, *O*, *Ne*, *Mg*, *Si*, *S*. Sie wird durch die besprochene Deutung der Harkinsschen Regel keinesfalls miterfaßt, denn diese Deutung ergibt nicht, daß ein stabiler Kern besonders häufig ist, sondern daß der um eine Einheit leichtere Kern besonders selten ist; nur bei dem regelmäßigen Wechsel im Fall der Gerade-Ungerade-Regel ist beides dasselbe.

Die Schwierigkeit, auf die wir hier stoßen, liefert nicht nur ein Argument gegen die weitere Fassung der Aufbauhypothese, sondern zugleich einen Hinweis auf die Anforderungen, die an eine richtige Theorie der Elemententstehung gestellt werden müssen. Die Stabilität einer Kernsorte kann nur dann einen unmittelbaren Einfluß auf ihre Häufigkeit ausüben, wenn bei ihrer Bildung nicht nur Aufbauprozesse vorkommen, sondern auch Prozesse, bei denen von dem Kern ohne Anlagerung ein Baustein abgespalten wird; dann wird natürlich der instabilste Kern am leichtesten zerlegt. Dafür sind aber Energien von der Größenordnung der Kernbindungsenergien notwendig. Wir müssen also nach Bedingungen suchen, unter denen solche Energien im großen wirksam sein können.

1) W. Wefelmeier, Naturwiss. **25**, 525, 1937, Zeitschr. f. Phys. **107**, 332, 1937, und eine demnächst erscheinende Fortsetzung dieser Arbeit.

Zweiter Teil

Der Mechanismus der Energieerzeugung

§ 5. Übersicht über die bekannten Energiequellen

Wir behandeln nun die Energieerzeugung unabhängig von der Frage der Elemententstehung. Es erscheint geraten, durch eine Zusammenstellung der Energiequellen, die nach dem heutigen Stand der Physik in Betracht kommen, die Grundlagen der Theorie noch einmal zu überprüfen. Man kann in der Hauptsache an vier Arten der Energieerzeugung denken:

1. Kontraktion ohne Änderung der chemischen Zusammensetzung des Sterns. Die freiwerdende Energie ist Gravitationsenergie.
2. Elementaufbau. Die freiwerdende Energie ist Kernenergie.
3. Kontraktion unter Umwandlung eines Teils der Materie in dicht gepackte Neutronen[1]). Die freiwerdende Energie ist wiederum Gravitationsenergie sowie der infolge der Umwandlung freiwerdende Überschuß der Nullpunktsenergie des entarteten Elektronengases über diejenige des entstehenden Neutronengases; dafür muß die Kernenergie aufgewandt werden, die dem Massenüberschuß der Neutronen über die vorher vorhandenen Atome entspricht. Bei großer Dichte kann diese Energiebilanz günstig werden.
4. Völlige Zerstrahlung der Materie. Die freiwerdende Energie ist die Ruheenergie der Materie.

Im folgenden werden wir nur die zweite Energiequelle berücksichtigen und müssen daher begründen, daß die anderen drei Quellen keine Bedeutung haben. Die reine Kontraktion fällt wenigstens für Sterne vom Sonnentypus wegen ihrer geringen Ergiebigkeit weg. Dagegen sind die unter 3. und 4. genannten Energiequellen, wenn sie überhaupt wirksam werden können, ergiebiger als der Elementaufbau.

Die völlige Zerstrahlung, etwa durch die Vereinigung eines Elektrons mit einem Proton, hat dadurch an Wahrscheinlichkeit verloren, daß die Physik bis jetzt keine Ursache gefunden hat, die imstande wäre, sie herbeizuführen. Nach der Entdeckung des Neutrons und des Positrons scheint es, daß beim Ausgleich positiver und negativer Ladung nur die Elektronenmasse in Strahlungsenergie übergeht und die Protonenmasse erhalten bleibt. Die Tatsache, daß die Zerstrahlung bisher im Laboratorium nicht

1) L. Landau, Sow. Phys. **1**, 285, 1932, Nature **141**, 333, 1938; F. Hund, Erg. exakt. Naturwiss. **15**, 189, 1936; O. Anderson, Veröff. d. Univ.-Sternw. Dorpat. Vgl. zum folgenden G. Gamow und E. Teller, Phys. Rev. **53**, 929, 1938.

beobachtet wurde, ist ein starkes Argument auch gegen ihr Vorkommen im Stern. Denn da das Innere der Planeten und der noch kleineren Körper diese Energiequelle nicht enthält, müßte die Temperatur des Sterninnern wohl ein wesentlicher Faktor für ihre Auslösung sein. Andererseits können wir heute im Laboratorium wenigstens einzelne Teilchen der Einwirkung von Energien aussetzen, die um Größenordnungen höher sind als die aller Wahrscheinlichkeit nach im Stern vorkommenden, und finden keine Zerstrahlung. Berücksichtigt man noch, daß die Annahme der Zerstrahlung nicht notwendig ist, um die empirische Energieerzeugung zu erklären, so erscheint es gerechtfertigt, sie ganz fallen zu lassen.

Dagegen folgt die Möglichkeit der dritten obengenannten Energiequelle unmittelbar aus der heutigen Physik. Wir können sie also nur ausschließen, wenn wir zeigen, daß die Bedingungen, unter denen sie wirksam wird, in den bekannten Sternen nicht vorkommen. In der Tat liefern die üblichen Abschätzungen für das Sterninnere eine Dichte, die weit unter der kritischen Dichte liegt, bei welcher diese Energiequelle einsetzt. Wir können uns aber vielleicht durch eine genetische Betrachtung auch von diesen Abschätzungen unabhängig machen. Wenn der Stern als Gasball geringer Dichte seinen Lebensweg beginnt, so wird ihm mit wachsender Dichte zuerst die Energiequelle 1. zugänglich, dann 2. und zuletzt 3. Wenn der Stern bei der Kontraktion eine Folge von Gleichgewichtszuständen durchläuft, wird er seine Dichte und damit die Temperatur nicht schneller erhöhen, als die bei dieser Erhöhung freiwerdende Energie abgestrahlt werden kann. Die Energiequelle 2. wird bei einer ziemlich scharf definierten Temperatur wirksam, und der Stern sollte daher lange in der Umgebung dieser Temperatur (einige 10^7 Grad) verweilen. Es paßt hierzu, daß man den Sternen der Hauptreihe empirisch durchweg Temperaturen dieser Größenordnung zuschreiben muß. Da nun diese Energiequelle für eine Zeitspanne ausreicht, die etwa hundertmal länger ist als das vermutliche Alter der Sonne, sollte man annehmen, daß die Sonne (und ebenso die ganze Hauptreihe) noch nicht alt genug ist, um die für die Energiequelle 3. notwendige Dichte erreicht zu haben.

Die einzige Möglichkeit, diese Dichte rascher zu erreichen, würde demnach in einer Sternenentwicklung liegen, die nicht eine Folge von Gleichgewichtszuständen durchläuft. Jedoch scheint es, daß eine derartige Entwicklung stets zur Explosion des Sterns führen muß. Denn mit der Dichteerhöhung ist eine Temperaturerhöhung verbunden, die zur beschleunigten Freimachung von Kernenergie führt. Dadurch wird der Stern mindestens in den Gleichgewichtszustand zurückgeführt; ist die Abweichung vom Gleichgewicht dazu schon zu groß gewesen, so kann er nur explodieren, entweder unmittelbar oder auf dem Weg der „überstabilen" Pulsation. Man kann dieses Argument auch so fassen: Bei der hohen Dichte der Materie, die vor der Bildung des „Neutronenklumpens" erreicht werden muß, und der ihr entsprechenden Temperatur muß sich alsbald das thermodynamische Gleichgewicht der Kernreaktionen einstellen (vgl. auch den dritten Teil der Arbeit). Im Gleichgewicht ist das Mischungsverhältnis der Elemente durch die physikalischen Bedingungen definiert. Jeder Stern, der das richtige Mischungsverhältnis nicht von vornherein hat, muß es bei der Kontraktion einstellen, und wenn sich dieser Prozeß in kürzerer Zeit als etwa 10^{11} Jahren vollzieht, zerstört die dabei freiwerdende Energie den Zusammenhalt des Sterns.

§ 6. Der Verlauf der energieerzeugenden Kernreaktionen

Welche speziellen Kernreaktionen für die Energieerzeugung tatsächlich verantwortlich sind, konnte in I nicht entschieden werden. Die seitherigen Fortschritte der Kernphysik erlauben noch immer keine sichere Antwort. Durch die Annahme, daß die Elemente im wesentlichen schon vor der Entstehung des heutigen Zustands der Sterne gebildet waren, rückt das Problem aber in ein neues Licht. Denn nunmehr sind alle bekannten stabilen Kerne als Ausgangssubstanzen von Reaktionsketten verfügbar, und andererseits müssen von diesen Ketten nicht mehr die Eigenschaften der Neutronenerzeugung und der Autokatalyse gefordert werden; es kommt also für die grundlegenden Behauptungen der Theorie nicht mehr so sehr darauf an, welche Reaktion sich schließlich als die wichtigste erweist.

Über die Frage, welche der bisher vorgeschlagenen Reaktionen möglich sind, gibt die Kernphysik heute die folgende Auskunft:

Der Modellzyklus von I kann nur ablaufen, wenn die Kerne der Masse 5 existenzfähig sind. Nach den inzwischen erschienenen experimentellen Arbeiten scheint das nicht der Fall zu sein. Als stabile Kerne wurden sie nicht gefunden und auf Grund von Kernreaktionen hat man ^5He eine Masse zugeschrieben, die größer ist als die Summe der Massen eines α-Teilchens und eines Neutrons[1]).

1) J. H. Williams, W. G. Shepherd und R. O. Haxby, Phys. Rev. **52**, 390, 1937. Wie mir Herr Gamow kurz vor Abschluß dieser Arbeit brieflich mitteilte, sind nach neuen Ergebnissen von Joliot ^5He und ^5Li doch stabil. Dann würde man den Modellzyklus wohl doch als maßgebend ansehen und den Riesen (vgl. § 7) nur noch den schweren Wasserstoff als Energiequelle zuschreiben müssen.

Die meisten Aufbauwege, die unter Umgehung der Masse 5 möglich erscheinen, führen über den Kern ^8Be. Auch dieser Kern scheint aber nicht existenzfähig zu sein. Zum mindesten wird man ihm eine Lebensdauer gegen α-Zerfall zuschreiben müssen, die zu kurz ist, als daß sich unter den im Stern herrschenden Bedingungen während dieser Zeit mit beträchtlicher Wahrscheinlichkeit ein weiteres geladenes Teilchen anlagern könnte[1]).

Reaktionsketten, die von Helium ausgehend allein durch die Anlagerung von Wasserstoff oder Helium selbst zum Aufbau höherer Kerne oder zur Vermehrung der Heliummenge führen, scheinen demnach durch Zweierstöße nicht möglich zu sein; und Dreierstöße sollten in Sternen normaler Dichte keine Rolle spielen.

Dagegen muß man mit der Möglichkeit einer direkten Reaktion von zwei Protonen miteinander rechnen. Der Kern ^2He, der dabei zunächst entstehen könnte, wäre allerdings nach den heutigen Kenntnissen über die Kräfte zwischen zwei Protonen gerade nicht mehr stabil. Jedoch kann dieser instabile Kern während der kurzen Zeit seines Bestehens ein Positron emittieren, so daß im ganzen der Prozeß $H + H = D + e^+$ stattfindet. Dieser Prozeß wurde als Energiequelle von Atkinson[2]) vorgeschlagen und neuerdings von Bethe[3]) quantitativ untersucht. Man wird immerhin gegenwärtig nicht mehr sagen können, als daß unsere kernphysikalischen Kenntnisse nicht ausreichen, ihn als Energiequelle auszuschließen. Die sehr geringe Aprioriwahrscheinlichkeit des in ihm vorkommenden β-Zerfalls wird durch die Häufigkeit der Stöße zwischen zwei Protonen im Stern ausgeglichen; es ist aber sehr schwer, für die Wahrscheinlichkeit des β-Zerfalls eine zuverlässige Schätzung zu finden. Astrophysikalisch würde die Annahme dieser Energiequelle wohl Schwierigkeiten bieten, weil sie wegen des geringen Coulombfeldes zwischen zwei Protonen nur eine schwache Temperaturabhängigkeit hat; die genäherte Konstanz der Mittelpunktstemperatur in der Hauptreihe trotz der sehr verschiedenen Anforderungen, welche Sterne von verschiedener Masse an ihre Energiequellen stellen, wäre durch sie schwer zu erklären[4]).

An dieser Stelle sei noch der Vorschlag von Döpel[5]) erwähnt, daß Reaktionen, die mit Teilchen von thermischer Energie nicht ablaufen können, durch Teilchen ausgelöst werden könnten, die durch elektrische Felder im Stern beschleunigt wären. Hierauf ist zu erwidern, daß elektrische Felder wohl nur in den äußersten Atmosphärenschichten der Sterne aufrechterhalten werden können, da das Sterninnere wegen der großen Dichte freier Elektronen ein idealer Elektrizitätsleiter sein muß.

Nehmen wir nun an, daß alle Elemente im Stern von Anfang an vorhanden sind, so sind wir nicht mehr auf Reaktionen beschränkt, die von Wasserstoff oder Helium ausgehen. Über das Verhalten der nächsthöheren Elemente im Stern läßt sich auf Grund der Laboratoriumserfahrungen folgendes voraussagen:

Sämtliche bekannten stabilen Isotope von Lithium, Beryllium und Bor werden durch Protonenanlagerung abgebaut und führen daher letzten Endes zur Bildung von Helium. Dagegen sollte sich an den Kern ^{12}C ein Reaktionszyklus anschließen, in dessen Verlauf zwar ebenfalls Helium erzeugt wird, der Ausgangskern aber unverändert bleibt und somit nur als Katalysator wirkt[1]). Es ist der Zyklus

$$^{12}C + H = {}^{13}N;\ {}^{13}N = {}^{13}C + e^+;\ {}^{13}C + H = {}^{14}N;$$
$$^{14}N + H = {}^{15}O;\ {}^{15}O = {}^{15}N + e^+;\ {}^{15}N + H = {}^{12}C + {}^4He.$$

Die Energiequelle des Sterns würde demnach zunächst in einem Abbau der Elemente unterhalb des Kohlenstoffs bestehen, und danach in dem angegebenen Zyklus. Sollte durch Nebenreaktionen die Häufigkeit des Kohlenstoffs schließlich auch abnehmen, so steht ein analoger von Sauerstoff ausgehender Zyklus zur Verfügung.

§ 7. Folgerungen für die Entwicklungsgeschichte der Sterne

Man kann nun die Änderung abschätzen, die durch die vorgeschlagenen Prozesse an der Elementverteilung in der Sonne bis jetzt stattgefunden hat. Um einfache Zahlen zu haben, nehmen wir an, die Sonne sei ursprünglich zu gleichen Gewichtsanteilen aus Wasserstoff und schwereren Elementen zusammengesetzt, und die letzteren seien über alle Atomgewichte von 1 bis 50 gleichmäßig verteilt, so daß auf 25 Wasserstoffatome ein schwereres Atom kommt. Die Sonne hat in ihrer bisherigen Lebensdauer etwa 1 Proz. ihrer Masse aus Wasserstoff in höhere Elemente umgewandelt, also den 50sten Teil ihres Wasserstoffs verloren. Im Mittel

1) Vgl. M. S. Livingston und H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys. **9**, 245, 1937.

2) R. d'E. Atkinson, Astrophys. Journ. **84**, 73, 1936. Vgl. auch Döpel (unten Anmerkung 5).

3) Nach mündlicher Mitteilung durch Herrn Gamow.

4) Hierauf hat mich Herr Biermann hingewiesen.

5) R. und K. Döpel, Zeitschr. Astrophys. **14**, 159, 1937.

1) Durch Herrn Gamow habe ich erfahren, daß Bethe neuerdings denselben Zyklus quantitativ untersucht hat.

reagieren je zwei Wasserstoffatome mit demselben schweren Kern bzw. seinen Folgeprodukten, ehe er ganz in Helium umgewandelt ist (z. B. braucht man für ^6Li 2 Protonen, für ^7Li 1, für ^9Be 3 usw.); also sollte der vierte Teil aller schweren Kerne von der Umwandlung betroffen sein, wenn jeder schwere Kern nur einmal reagiert (also abgesehen von zyklischen Reaktionen). Die leichtesten Kerne werden zuerst betroffen, und somit sollte in der bisherigen Entwicklungsgeschichte der Sonne die Elementverteilung gerade etwa bis Kohlenstoff abgebaut sein. Bei Kohlenstoff hört durch das Auftreten des Zyklus der Abbau ohnehin auf. Es ist bekannt, daß *Li*, *Be* und *B* in der Sonne besonders selten sind[1]), nicht nur verglichen mit anderen Elementen, sondern anscheinend auch verglichen mit der Erde[2]), in welcher ja die Elementumwandlung schon vor sehr langer Zeit aufgehört hat.

Auch die Häufigkeit von Helium ergibt sich jetzt in befriedigender Übereinstimmung mit der Erfahrung. Es sollten rund ebensoviele Heliumkerne entstehen, wie Protonen vergehen. Damit ergibt sich ein Verhältnis der Atomanzahlen von etwa $H : He = 50 : 1$.

Diese Überlegungen können mit geeigneten Abänderungen auf die übrigen Sterne der Hauptreihe übertragen werden. Eine Schwierigkeit bieten aber zunächst die Riesen dar, die hohe Leuchtkraft mit einer Mittelpunktstemperatur verbinden, welche etwa zehnmal geringer ist als in der Hauptreihe. Es ist sicher, daß nicht dieselbe Kernreaktion Energiequelle für den Riesenast und die Hauptreihe sein kann. Andererseits steht bekanntlich bei der Annahme, die Riesen bezögen ihre Energie noch aus reiner Kontraktion, nur eine so kurze Zeitspanne zur Verfügung, daß sich die Pulsationsperioden der Cepheiden in historischen Zeiten infolge der Kontraktion schon hätten merklich ändern müssen — im Widerspruch mit einer Reihe von Erfahrungen.

Man muß also wohl für die Riesen und die Hauptreihe zwei verschiedene Kernreaktionen suchen. Die obigen Betrachtungen bieten dafür zwei verschiedene Möglichkeiten an. Wie Bethe bemerkt hat[3]), kann man annehmen, daß die Riesen noch *Li*, *Be* und *B* abbauen, während die Hauptreihe schon auf den Kohlenstoffzyklus eingestellt ist. Man kann auch annehmen, in den Riesen seien noch große Mengen der schweren Wasserstoffisotope vorhanden, und diese lieferten ihre Energie, während der Abbau von Lithium und seinen Nachbarn entweder auf ein rasch durchlaufenes Zwischenstadium beschränkt wäre oder zu einem der Hauptreihe schon sehr benachbarten Sterntypus gehörte. Da die Energieausbeute im wesentlichen eine Funktion von Z^2/T ist, würde die erste Annahme die erforderliche Mittelpunktstemperatur der Riesen, verglichen mit der Hauptreihe, etwa um den Faktor 4 herabsetzen, die zweite um einen Faktor, der jedenfalls größer ist als 10. Die erste Annahme mag ungezwungener erscheinen, die zweite bringt vielleicht die charakteristische weite Trennung zwischen Riesen und Zwergen deutlicher zum Ausdruck. Welche von beiden richtig ist, hängt von der vorläufig unbekannten ursprünglichen Häufigkeitsverteilung der leichtesten Elemente ab. Unabhängig von dieser Einzelfrage ist es jedenfalls durch die Aufbauhypothese nahegelegt, daß man der Hauptreihe einen stationär arbeitenden Reaktionszyklus zuordnet und den Riesen den Abbau derjenigen Kerne, die leichter sind als die am Zyklus teilnehmenden Kerne und daher umgewandelt sein müssen, ehe die Temperatur hoch genug steigen kann, um den Zyklus anzuregen.

Diese Annahme hat einige Konsequenzen, die vielleicht empirisch geprüft werden können. Die Riesen müssen nach ihr sehr junge Sterne sein. Nach den obigen Abschätzungen dauert in der Sonne der Abbau einer einzigen Kernsorte von durchschnittlicher Häufigkeit rund 10^8 Jahre. Da die Riesen eine höhere spezifische Leuchtkraft besitzen als die Sonne, erniedrigt sich für sie diese Zeit auf 10^7 Jahre oder weniger. Daß Sternhaufen nicht gleichzeitig *B*-Sterne und gelbe oder rote Riesensterne enthalten, deutet in der Richtung, daß man den Riesen ein einheitliches Alter (innerhalb gewisser Grenzen) zuschreiben muß. Vielleicht gibt es aber schärfere Prüfungen. Ferner müssen die Riesen leichte Elemente enthalten, die in der Hauptreihe schon sehr selten sind, und zwar entweder Lithium und die nächstschwereren Elemente oder schweren Wasserstoff (letzteren freilich in einer vielleicht neben dem leichten Wasserstoff nicht mehr spektroskopisch nachweisbaren Menge).

Gegen die Annahme, auch die Riesen hätten normale Kernreaktionen als Energiequelle, hat Gamow[1]) den Einwand erhoben, daß sie dann in einer ungefähr zur Hauptreihe parallelen Linie angeordnet sein müßten, während der Riesenast in Wirklichkeit etwa senkrecht zur

1) Die Bedeutung der Seltenheit dieser Elemente wurde wohl zuerst von V. M. Goldschmidt hervorgehoben (vgl. Gerlands Beiträge zur Geophysik **15**, 38, 1926).

2) Wenigstens *Li* und *Be*. Vgl. V. M. Goldschmidt, Geochemische Verteilungsgesetze der Elemente, IX, Oslo 1938. Auf diesen Sachverhalt hat mich Herr Wefelmeier hingewiesen.

3) Nach mündlicher Mitteilung durch Herrn Gamow.

1) G. Gamow, Phys. Rev. **53**, 907, 1938.

Hauptreihe steht. Man muß aber beachten, daß der Riesenast sehr diffus ist und in Wirklichkeit ein ausgedehntes Flächengebiet oberhalb der Hauptreihe erfüllt. Nun ist nach unserer Annahme die Energiequelle der Hauptreihe zeitlich ungefähr konstant, während diejenige der Riesen sich mit der Zeit verbraucht. Demnach kann die Leuchtkraft eines Riesen sich im Lauf seiner Entwicklung ändern, so daß die heute beobachteten Riesen, die sich nach Masse und Alter unterscheiden, in der Tat eine Fläche im Russell-Diagramm ausfüllen sollten. Die normalerweise als Riesenast bezeichnete Linie größter Sternanzahl im Diagramm braucht dann keine Linie konstanten Alters zu sein, längs deren die Sterne nach ihrer Masse verteilt wären; sie könnte umgekehrt den Entwicklungsweg der unter den Riesen am häufigsten vorkommenden Masse darstellen. Vielleicht gilt aber auch für Riesen wegen ihres überwiegend konvektiven Aufbaus eine andere Masse-Leuchtkraft-Relation als für Zwerge.

Auf eine andere Schwierigkeit für die gesamte Aufbauhypothese hat Gamow[1]) hingewiesen. Er hat gezeigt, daß die Masse-Leuchtkraft-Beziehung eines Sterns von seinem Wasserstoffgehalt abhängt, und wenn dieser sich während der Sternentwicklung ändert, ist das empirische Bestehen einer universellen Masse-Leuchtkraft-Reaktion (zum mindesten für die Hauptreihe) nicht zu verstehen. Die von Gamow selbst zur Behebung der Schwierigkeit eingeführte Annahme einer Resonanz im energieerzeugenden Prozeß hat eine geringe Aprioriwahrscheinlichkeit und scheint zudem die Schwierigkeit nur zu vermindern, aber nicht aufzuheben[2]). Vielleicht reicht dagegen die neuerdings von Gamow[3]) hervorgehobene Tatsache, daß die starke Abweichung von der normalen Relation auf ein kurzes Stück der Lebensdauer des Sterns beschränkt ist, dazu aus. Die ganze Schwierigkeit verschwindet aber, wenn man die weitere Aufbauhypothese aufgibt und annimmt, daß sich in der bisherigen Lebensdauer der Sterne ihre ursprüngliche chemische Zusammensetzung noch gar nicht wesentlich geändert hat. Für Sterne, deren Leuchtkraft pro Gramm kleiner ist als das Zehn- bis Hundertfache der Sonnenleuchtkraft, genügt diese Bemerkung. Der Kosmos wäre demnach noch so jung, daß eine Sternentwicklung, abgesehen von der Durchlaufung des Riesenstadiums noch gar nicht stattgefunden hätte. Eine Schwierigkeit für diese Auffassung bietet nur die Existenz der weißen Zwerge, deren geringe Leuchtkraft die Aufbauhypothese kaum anders deuten kann als durch die Annahme, ihr gesamter Wasserstoffgehalt sei schon verbraucht.

Diese entwicklungsgeschichtlichen Betrachtungen befinden sich noch in einem spekulativen Stadium. Aber die Begriffe, die sie verwenden, entstammen durchweg einem Teil der Physik, dessen Grundlagen heute schon als geklärt angesehen werden können. Man darf daher hoffen, daß sie durch einige experimentelle Fortschritte und eine engere Zusammenarbeit der Astrophysik und der Kernphysik in naher Zukunft zu einer geschlossenen Theorie ausgebaut werden können.

Dritter Teil

Die Entstehung der Elemente

§ 8. Die notwendigen physikalischen Bedingungen

Wenn wir nicht überhaupt darauf verzichten wollen, die Entstehung der Elemente zu verstehen, müssen wir nach dem Verzicht auf die weitere Fassung der Aufbauhypothese versuchen, aus der Häufigkeitsverteilung der Elemente Schlüsse auf den früheren Zustand des Kosmos zu ziehen, in dem diese Verteilung entstehen konnte. Selbstverständlich ruhen solche Schlüsse auf sehr viel ungewisserer Grundlage als die Theorie der Energieerzeugung, denn sie setzen nicht nur wie diese die räumliche, sondern die zeitliche Permanenz unserer Naturgesetze voraus. Daß die Naturgesetze beim Übergang vom irdischen Laboratorium zum planetaren Raum und von diesem zum galaktischen Raum ihre Form beibehalten, hat wenigstens für eine Reihe von Einzelfällen die Erfahrung bestätigt. Wieweit wir aber mit den Gesetzen der uns bekannten Natur einen von ihr wesentlich verschiedenen früheren Zustand des Kosmos beschreiben können, ist a priori völlig ungewiß, und es liegt im Wesen der Zeit, daß wir über die Vergangenheit, sobald unser Gedächtnis sie nicht mehr erreicht, keine unmittelbaren Erfahrungen besitzen können, sondern auf Schlüsse aus Dokumenten angewiesen sind. Es bleibt keine andere Wahl, als die zeitliche Permanenz unserer Naturgesetze zunächst hypothetisch vorauszusetzen und darauf gefaßt zu sein, daß ein Fehler in dieser Voraussetzung sich beim Vergleich dieser Theorie mit den heute noch vorhandenen Dokumenten der Vergangenheit herausstellen wird.

Die Beziehung zwischen Massendefekt und Häufigkeit drängt zu der Annahme, daß bei der Bildung der Elemente kinetische Energien der Reaktionspartner von der Größenordnung der

1) G. Gamow, Phys. Rev. **53**, 595, 1938.
2) G. Gamow und E. Teller, Phys. Rev. **53**, 608, 1938.
3) G. Gamow, Phys. Rev. **53**, 907, 1938.

Kernbindungsenergien zur Verfügung standen. Bei so hohen Energien muß sich sehr rasch ein thermodynamisches Gleichgewicht der Kernreaktionen einstellen. Denn erstens spielt die Coulombsche Abstoßung dann wenigstens für leichtere Kerne gar keine Rolle mehr, und zweitens wird nun die Umwandlung freier Protonen in Neutronen ein sehr häufiger Prozeß, so daß zum Auf- und Abbau der schweren Kerne Neutronen in beliebiger Menge zur Verfügung stehen.

Dieser Annahme widerspricht freilich der erste Eindruck, den die Häufigkeitsverteilung der Elemente macht. Es ist aber zu bedenken, daß auch nach der Entstehung der Grundzüge der Elementverteilung noch Kernprozesse im Kosmos stattgefunden haben. Die Theorie hat also schon geleistet, was man von ihr verlangen kann, wenn sie zeigt, daß die Abweichung der heutigen Verteilung von einem Gleichgewicht durch Kernprozesse erklärt wird, deren Stattfinden auch nach dem ersten Entstehungsakt wir aus physikalischen oder astronomischen Gründen ohnehin fordern müssen. So ist die abnorme Seltenheit der leichtesten Elemente eine Folge der energieerzeugenden Reaktionen in den heutigen Sternen. Eine andere Abweichung werden wir am Schluß des § 9 besprechen.

Setzt man also für die ursprüngliche Verteilung ein thermisches Gleichgewicht an, so kann man versuchen, aus der empirischen Häufigkeit der Elemente zu berechnen, welche Temperatur und welche Dichte zur Zeit ihrer Entstehung geherrscht haben müssen. Das Häufigkeitsverhältnis zweier benachbarter Kerne muß man dabei nach der Sahaschen Formel ansetzen[1]). Wir betrachten etwa die Anlagerung eines Neutrons. Es bezeichne n_A die Anzahl der Kerne vom Atomgewicht A pro cm³, speziell also n_1 die Anzahl der Neutronen, und E_A die Energie, die man aufwenden muß, um dem Kern der Masse A ein Neutron zu entreißen, so gilt

$$\frac{n_{A-1} \cdot n_1}{n_A} = g_A \cdot e^{-\frac{E_A}{kT}} \tag{1}$$

mit

$$g_A = \frac{G_{A-1}}{G_A} \cdot \frac{2(2\pi MkT)^{3/2}}{h^3}. \tag{2}$$

G_A ist das statistische Gewicht des Kerns der Masse A, also eine Zahl der Größenordnung 1. Der zweite Faktor in (2) enthält das statistische Gewicht der freien Neutronen; er hat die Dimension eines reziproken Volumens, und zwar bedeutet er die Anzahl von Neutronen pro Volumeneinheit, für welche bei der gegebenen Temperatur Phasenzellen zur Verfügung stehen.

Man kann die Gleichung (1) nun auf zwei sukzessive Neutronenanlagerungen anwenden. Man erhält daraus die folgenden Gleichungen für die Temperatur und Neutronendichte:

$$kT = \frac{E_A - E_{A-1}}{\ln \frac{n_{A-2} n_A}{n_{A-1}^2} \cdot \frac{G_{A-1}^2}{G_{A-2} G_A}} \tag{3}$$

und

$$\frac{n_1}{g_A} = \frac{n_A}{n_{A-1}} e^{-\frac{E_A}{kT}}. \tag{4}$$

Wir wenden diese Formeln an auf die Reaktionen

$$\left.\begin{aligned} {}^{16}O + {}^1n &= {}^{17}O \\ {}^{17}O + {}^1n &= {}^{18}O\,. \end{aligned}\right| \tag{5}$$

Setzt man $n_{16} = 10^4$, so ist empirisch $n_{17} = 4$ und $n_{18} = 20$. Ferner ist $E_{17} = 4{,}5\ TME$ und $E_{18} = 9{,}8\ TME$. G_{16} und G_{18} darf man gleich Eins setzen. Der Spin von ^{17}O ist nicht bekannt; setzt man ihn gleich $\frac{1}{2}$ an, so folgt $G_{17} = 2$. Es folgt

$$kT = 0{,}44\ TME = 0{,}41\ \text{MeV}$$

oder

$$T = 4{,}7 \cdot 10^9\ \text{Grad}.$$

Ferner wird $n_1/g_{18} = 1{,}2 \cdot 10^{-9}$.

Mit der eben berechneten Temperatur wird

$$1/g_{18} = (5 \cdot 10^{-12}\ \text{cm})^3,$$

also würde $n_1/g_{18} = 1$ schon eine mit der Dichte im Atomkern vergleichbare Neutronendichte sein. Die wirkliche Zahl gibt einen etwa tausendmal größeren mittleren Abstand zwischen zwei Neutronen. Es ergibt sich etwa $n_1 = 10^{25}$, d. h. etwa die zehnfache Dichte des Wassers für die Neutronen allein.

Diese Zahlen sind noch sehr ungenau. Vor allem die Dichtebestimmung kann wegen der exponentiellen Abhängigkeit von der Energie noch um mehrere Zehnerpotenzen falsch sein. Aber bei der Ungenauigkeit der angegebenen Massendefekte und Häufigkeiten muß man auch in der Temperaturbestimmung noch einen Faktor der Größenordnung 2 offenlassen. Die nächste Aufgabe der Theorie wäre es daher, durch analoge Betrachtung mehrerer anderer Reaktionen zunächst zu prüfen, ob sich überhaupt aus der ganzen Häufigkeitsverteilung der Elemente einigermaßen einheitliche Werte für Temperatur und Dichte bestimmen lassen, und, wenn sich diese Hoffnung bestätigt, die Zahlwerte möglichst genau festzulegen. Vielleicht könnte man auf diesem Weg schließlich so weit kommen, die empirischen Häufigkeiten der einzelnen Kerne

1) Dieser Versuch ist schon öfter unternommen worden. Folgende Veröffentlichungen sind mir bekannt geworden: L. Farkas und P. Harteck, Naturwiss. **19**, 705, 1931; T. E. Sterne, Monthly Not. **93**, 736, 1933; K. Guggenheimer, Journ. de Phys. (A) **5**, 475, 1934.

unmittelbar als quantitative Angaben über ihre Massendefekte zu verwerten.

Leider besitzen wir die zu dieser Prüfung notwendige gleichzeitige genaue Kenntnis von Massendefekten und Häufigkeiten vorläufig nur für die Kerne unterhalb Sauerstoff, deren Häufigkeit durch Sekundärprozesse völlig verändert ist. Ein paar Daten für schwerere Kerne geben Zahlen derselben Größenordnung wie die hier berechneten. Wir verzichten darauf, die quantitative Untersuchung in dieser Arbeit weiterzuführen und betrachten nur noch einen qualitativen Zug der empirischen Verteilung genauer.

§ 9. Die Bedingungen für die Entstehung aller Kernsorten in vergleichbarer Menge

Die empirische Häufigkeitsverteilung der Kerne zeigt bei starken Schwankungen im einzelnen eine auffallende Gleichmäßigkeit im großen. Es kommt mehrfach vor, daß ein Kern 10^3mal häufiger ist als sein Nachbar; trotzdem ändert sich von Sauerstoff bis Blei die mittlere Häufigkeit einer Kernsorte nur etwa um den Faktor 10^6. Will man von Sauerstoff ausgehend die Häufigkeit von Blei ausrechnen, so muß man fast zoomal die Formel (1) anwenden (wobei teils Neutronen-, teils Protonenanlagerung anzusetzen ist); damit dabei das resultierende Verhältnis $n_O/n_{Pb} \sim 10^6$ wird, muß der Faktor $g_A e^{-E_A/kT}/n_1$, der jeweils das Häufigkeitsverhältnis zweier aufeinanderfolgender Kerne angibt, trotz der sehr großen individuellen Schwankungen einen Mittelwert haben, der fast genau gleich eins ist. Nennen wir den Mittelwert f, so muß gelten $f^{200} \sim 10^6$, und somit $f = 10^{0{,}03} = 1{,}07$. Eine so auffallende Beziehung zwischen Temperatur und Neutronendichte kann kein Zufall sein; vielmehr müssen wir von der Theorie verlangen, daß sie den Sachverhalt physikalisch erklärt. In der Tat erweist sich die Beziehung als eine fast unmittelbare Konsequenz der Absättigung der Kernkräfte.

Lassen wir etwa bei festgehaltener Temperatur die Dichte der Materie variieren. Bei geringer Dichte ist f groß gegen eins (das statistische Gewicht der freien Protonen ist so groß, daß sein Einfluß die energetische Bevorzugung des gebundenen Zustandes überwiegt); daher sind die leichtesten Kerne praktisch allein vorhanden. Bei wachsender Dichte verschiebt sich das Gleichgewicht zugunsten der zusammengesetzten Kerne. Ist nun aber die Bindungsenergie proportional zur Teilchenzahl, d. h. ist E_A im Mittel unabhängig von A, so führt diese Verschiebung niemals zu einer Begünstigung einer Kernsorte gegenüber der nächstleichteren, sondern ergibt im Grenzfall sehr großer Dichte gerade eine Verteilung, bei der Kerne jeder Größe genau gleich häufig sind (also $f = 1$). Voraussetzung dafür ist nur, daß die Dichte noch klein bleibt gegen die Dichte der Materie im Innern der Kerne, d. h. daß die Bildung getrennter Kerne überhaupt noch möglich ist.

Wir begründen diese Behauptung an einem vereinfachten Modell. Wir betrachten erstens nur die Anlagerung einer einzigen Teilchensorte der Konzentration n_1 und der Masse M, d. h. wir sehen von dem Unterschied zwischen Neutronen und Protonen ab. Das ist unbedenklich, da gerade bei hoher Temperatur und Dichte Neutronen und Protonen praktisch gleich häufig werden. Wir nehmen ferner exakte Absättigung der Kernkräfte an und ersetzen somit E_A durch eine Konstante E. Weiterhin sehen wir zunächst von dem oberen Ende des periodischen Systems ab (das ja nur durch die Abweichung der schwersten Kerne von der Absättigung wegen der Coulombkraft bedingt ist), nehmen also an, A könne von Eins bis Unendlich laufen. Schließlich setzen wir alle Gewichtsfaktoren $G_A = 1$; g_A nimmt dann einen konstanten Wert g an. Aus (1) wird dann

$$\frac{n_{A-1}}{n_A} = \frac{g}{n_1} e^{-\frac{E}{kT}} = f\,; \tag{6}$$

f ist unabhängig von A, und es ergibt sich

$$n_A = n_1 f^{-(A-1)}\,. \tag{7}$$

Ist nun die totale Massendichte ϱ der Materie vorgegeben, so bestimmt sich n_1 (und damit f) aus (6) und der zusätzlichen Bedingung

$$\varrho = \Sigma_A n_A \cdot A\,M = n_1 M f \Sigma_A A f^{-A} = \frac{n_1 M}{(1-1/f)^2}\,. \tag{8}$$

Man erkennt, daß die Dichte schon für $f = 1$ unendlich wird, da es dann unendlich viele Kernsorten mit gleicher Häufigkeit gibt. $f < 1$ kann also gar nicht vorkommen.

Man kann dieses Ergebnis physikalisch auch so ausdrücken: Wir untersuchen die Kondensation eines Neutronengases. Damit $n_{A-1} = n_A$ ist, d. h. damit mit gleicher Wahrscheinlichkeit „Tropfen" jeder Größe entstehen, muß gelten

$$n_1 = g e^{-\frac{E}{kT}}\,. \tag{9}$$

Das ist nun gerade die Dampfdruckgleichung der Neutronenflüssigkeit, welche die Konzentration eines mit seinem Kondensat im Gleichgewicht stehenden Neutronengases angibt. Dieses Kondensat aber, das durch seine Anwesenheit für die Gültigkeit der Gleichung (9) sorgt, sind die entstehenden Kerne selbst.

Es ist nun die Frage, ob die gemachten Voraussetzungen auf die wirklichen Kerne zutreffen.

Bedenklich ist nur die Annahme exakter Absättigung. Die Endlichkeit des periodischen Systems stellt keine Schwierigkeit dar, denn die Elemente über Blei sind zwar radioaktiv, aber existenzfähig, und ihre Häufigkeit nimmt nach (7) exponentiell mit der Masse ab; wenn sie nachträglich zerfallen, wird lediglich die Häufigkeit von Blei, verglichen mit seinen Nachbarelementen, um den Faktor 10 bis 100 erhöht, was gut zur Erfahrung paßt.

Um die empirische Abweichung der Bindungsenergien von der Absättigung (und zwar nicht die Schwankungen, sondern den systematischen Gang) auszugleichen, muß die Temperatur hinreichend hoch sein. Es ergibt sich ein wesentlich höherer Wert als im vorangehenden Paragraphen. Variiert die Anlagerungsenergie eines Neutrons über die 200 Massenzahlen von Sauerstoff bis Blei um ε und setzt man diese Variation linear an, so muß selbst für sehr großes ϱ Sauerstoff um den Faktor $e^{100\,\varepsilon/kT}$ häufiger sein als Blei. Mit $\varepsilon = 3$ MeV und $n_O/n_{Pb} = 10^6$ ergibt sich

$$kT = 20 \text{ MeV}; \qquad T = 2{,}3 \cdot 10^{11} \text{ Grad}.$$

Diese ganz rohe Abschätzung ergibt jedenfalls, daß man eine Temperatur der Größenordnung annehmen muß, wie sie durch vollständige Umsetzung der Kernbindungsenergie in Wärme zustande käme. Die zugehörige Dichte ist ebenfalls schon in der Nachbarschaft der Dichte im Kern.

Daß der Vergleich unmittelbar benachbarter Kerne eine sehr viel geringere Temperatur ergab, ist nicht verwunderlich, wenn man die starken Schwankungen der Häufigkeitsverteilung im Kleinen bedenkt. Physikalisch ist dabei zu berücksichtigen, daß die Temperatur nach der Entstehung der Elemente stetig, wenn auch vielleicht sehr schnell, abgenommen haben muß. Dabei müssen immer noch Kernreaktionen abgelaufen sein. Vor allem, wenn gleichzeitig die Dichte abnahm und daher nun die leichteren Kerne in der Gleichgewichtsverteilung begünstigt worden wären, ist es möglich, daß einfach die Energie des Gases nicht mehr ausreichte, um die der neuen Temperatur entsprechende Verteilung herzustellen, sondern nur um jeden Kern noch ein paar Reaktionen durchlaufen zu lassen und so die Feinstruktur der Verteilung der tieferen Temperatur anzupassen. Vielleicht sollte man aus der heutigen Verteilung im Großen die höchste erreichte Temperatur ablesen können, aus der Verteilung im Kleinen dagegen die tiefste Temperatur, bei der noch Reaktionen abliefen. Die letztere Temperatur könnte ihrem oben berechneten Wert zufolge etwa die Temperatur sein, bei der die Entstehung von Neutronen aus freien Protonen und Elektronen aufhört.

Wie kann man nun diese Vorstellungen weiter prüfen? Von der praktischen Seite her wäre vor allem die genauere Kenntnis der Massendefekte mehrerer Isotopenreihen so wie der oben verwendeten Sauerstoffisotope erwünscht, durch die die weitere quantitative Anwendung der Gleichung (1) möglich würde. Von der Theorie kann man die Aufstellung nachprüfbarer Vermutungen darüber verlangen, wann und wo in der Geschichte des Kosmos die geforderten Temperaturen und Dichten verwirklicht sein konnten.

§ 10. Die Verwirklichung der Bedingungen in der Geschichte des Kosmos

Soweit wir den heutigen Zustand des Kosmos kennen, enthält er keine Bereiche der geforderten Temperatur. Ebensowenig können wir uns einen früheren Zustand des Kosmos denken, aus dem die heutigen Sterne stetig, d. h. unter Durchlaufung einer Folge von Gleichgewichtszuständen hervorgegangen wären, und in dem solche Temperaturen geherrscht hätten. Denn nach § 5 kann ein Stern ohne nachfolgende Explosion sehr hohe Temperatur nur dann erreichen, wenn er seinen Wasserstoff schon praktisch verbraucht hat. Wenn also auch irgendwo im Kosmos schwere Elemente auf diesem Weg stetiger Entwicklung entstehen sollten, so können es jedenfalls nicht die in den heutigen Sternen vorhandenen sein, denn diese Sterne enthalten ihren Wasserstoff noch (der Wasserstoffgehalt, den man heute den Sternen zuschreibt, liegt weit über der Gleichgewichtsmenge, die der Verteilung der schweren Elemente entspricht, und kann nur durch die Beimischung von Materie, die an dem thermischen Gleichgewicht nicht teilgenommen hat, zu den schweren Elementen verstanden werden). Wir müssen also nach einem möglichen Zustand der Materie vor der Bildung der heutigen Sterne suchen.

Dieser Zustand muß immerhin eine sternartige Materieanhäufung gewesen sein, da wir ohne die Mitwirkung der Gravitation nicht die geforderte hohe Dichte verstehen könnten. Nun sind alle empirisch bekannten Sterntypen stabil und daher zur Erreichung der hohen Temperatur ungeeignet; wir müssen also nach einem empirisch unbekannten, aber möglichen Sterntypus suchen. Es liegt nahe, an die Sterne zu denken, deren Masse über der empirischen oberen Grenze der Sternmassen liegt. In I wurde vermutet, daß diese Sterne gegen Pulsationen anwachsender Amplitude instabil seien. Die dort gegebene Argumentation war in den Einzelheiten wahrscheinlich falsch, da sie die tatsächliche Stabilität der Sterne auch ohne Verzögerung der Energie-

erzeugung zu gering ansetzte[1]). Trotzdem ist die Annahme einer Instabilität dieser Sterne wohl berechtigt, denn einerseits sollte man sie sonst wenigstens in einigen Exemplaren empirisch vorfinden, und andererseits sollte ein Stern jedenfalls gegen einen explosiven Verlauf der Kernreaktionen, wie er auch im einzelnen stattfinden mag, um so wehrloser werden, je langsamer er auf Zustandsänderungen in seinem Innern reagiert; und wie schon der Zusammenhang zwischen Pulsationsperiode und Leuchtkraft zeigt, wird die Reaktionsträgheit eines Sterns jedenfalls mit wachsender Masse zunehmen.

Man kann also große ursprüngliche Zusammenballungen der Materie annehmen, die vielleicht aus reinem Wasserstoff bestanden. Indem sie sich unter dem Einfluß der Gravitation zusammenzogen und dabei ihre Zentraltemperatur erhöhten, kamen sie schließlich in einen Zustand, in dem in ihrem Inneren Kernreaktionen abliefen. War ihre Masse hinreichend klein, so konnten sie als Sterne stabil bleiben; war die Masse zu groß, so verliefen die Kernreaktionen explosiv und zersprengten den Stern, der sich dann entweder als diffuser Nebel im Raum verlor oder zu neuen kleineren Sternen zusammenballte. Mit diesen wiederholte sich das Spiel, bis nur noch stabile Sterne übrigblieben. Bei den Explosionen können, wenn sie in einem gewissen Volumen vollständig verlaufen, Temperaturen der obengeforderten Größenordnung erreicht werden, weil dann vorübergehend der gesamte Energieinhalt der Kerne in Wärme umgesetzt wird.

Wie groß darf man sich nun die erste Zusammenballung denken? Die Theorie setzt ihrer Masse keine obere Grenze, und unsere Phantasie hat die Freiheit, sich nicht nur das Milchstraßensystem, sondern den ganzen uns bekannten Kosmos in ihr vereinigt zu denken. Für diese Spekulation kann man sogar ein empirisches Faktum ins Feld führen. Die Energie, die bei den Kernreaktionen frei wird, ist etwa 1 Proz. der Ruheenergie der Materie und erteilt den Kernen im Mittel eine Geschwindigkeit von der Größenordnung eines Zehntels der Lichtgeschwindigkeit. Ungefähr mit dieser Geschwindigkeit sollten die Trümmer des Sterns auseinanderfliegen. Wenn man fragt, wo heute noch Geschwindigkeiten dieser Größenordnung beobachtet werden, so findet man sie nur in der Fluchtbewegung der Spiralnebel. Daher sollte man wenigstens mit der Möglichkeit rechnen, daß diese Bewegung in einer anfänglichen Katastrophe der betrachteten Art ihre Ursache hat. Milne[2]) hat vor einigen Jahren darauf hingewiesen, daß jedes in den leeren Raum entweichende „Gas" von Spiralnebeln die Hubblesche Beziehung zwischen Abstand und Radialgeschwindigkeit zeigen muß, sobald seine Ausdehnung groß gegen sein ursprüngliches Volumen geworden ist. Diesem Bild fügt sich unser Vorschlag ein. Dagegen unterscheidet er sich von der heutigen Theorie von Milne dadurch, daß er eine konkrete Ursache der Expansion angibt und dafür auf die Annahme einer unendlichen und gleichförmigen Verteilung der Sprialnebel verzichtet. Vom Standpunkt kosmologischer Spekulation aus mag die Theorie von Milne oder eine der älteren Theorien des „expandierenden Universums" eleganter sein; es erscheint uns aber eher als ein Vorzug des neuen Vorschlags, daß er die schwer beweisbare Annahme, der heute bekannte Teil des Universums habe qualitativ dieselbe Struktur wie das Ganze, entbehrlich macht.

Eine empirische Prüfung des Vorschlags wäre möglich, wenn die Abnahme der Häufigkeit der Spiralnebel, die oberhalb einer gewissen kritischen Radialgeschwindigkeit einsetzen sollte, schon im Beobachtungsbereich der heutigen Teleskope läge. Die rohe Abschätzung, nach der diese kritische Geschwindigkeit etwa den zehnten Teil der Lichtgeschwindigkeit ausmacht, ist sicher um einen Faktor der Größenordnung 2 falsch. Um eine genauere Voraussage zu erhalten, müßte man den Explosionsvorgang quantitativ beschreiben können.

Zusammenfassung

Erster Teil:

1. Die Annahme, daß alle bekannten chemischen Elemente in den heute existierenden Sternen entstanden sind und noch entstehen, wird aufgegeben; aus folgenden Gründen:
2. Die schwereren Elemente müßten nach I durch Neutronen aufgebaut werden, deren Erzeugung notwendigerweise mit der Bildung von Helium verbunden ist. Die quantitative Untersuchung dieses Mechanismus führt zur Aufstellung einer unteren Schranke der Häufigkeit von Helium im Stern, die mit der Erfahrung unverträglich ist.
3. Uran und Thorium müssen über rasch zerfallende Zwischenkerne hinweg aufgebaut werden. Entgegen der Annahme von I reicht die räumliche Konzentration der Energiequellen nicht aus, um dem Aufbauprozeß die hierzu notwendige Geschwindigkeit zu geben.
4. Die in I gegebene Erklärung der Harkinsschen Regel läßt sich kernphysikalisch nicht rechtfertigen. Die allgemeine Beziehung zwischen Massendefekt und Häufigkeit drängt zur Annahme der Elemententstehung bei einer Temperatur, bei der Abbau- und Aufbauprozesse sich ins Gleichgewicht setzen konnten.

1) Vgl. Cowling (Anm. auf S. 635, r. Sp.).
2) E. A. Milne, Zeitschr. f. Astrophys. 6, 1, 1933.

Zweiter Teil:

5. Die Energieerzeugung der Sterne dürfte allein auf den Reaktionen leichter Kerne beruhen.
6. Welche Reaktionen die maßgebenden sind, kann noch nicht entschieden werden. Wenn die zusammengesetzten Elemente nicht erst in den heutigen Sternen entstehen, braucht kein autokatalytischer Reaktionszyklus gefordert zu werden. Der Modellzyklus von I ist wahrscheinlich kernphysikalisch unmöglich. Am wahrscheinlichsten ist ein Zyklus, in dem Kohlenstoff als Katalysator der Bildung von Helium wirkt.
7. Die aus diesen Zyklen folgende Häufigkeitsverteilung der leichtesten Elemente ist mit der Erfahrung im Einklang. Für Riesen- und Zwergsterne muß man wohl zwei verschiedene Reaktionstypen annehmen, etwa für die Zwerge einen festen Zyklus, für die Riesen den Abbau der Kerne, die leichter sind als die am Zyklus teilnehmenden.

Dritter Teil:

8. Es wird angenommen, daß die Elemente in einem thermodynamischen Gleichgewicht der Kernreaktionen entstanden seien. Zur exakten Nachprüfung der aufgestellten Formeln wäre für einige Elemente oberhalb von Sauerstoff die genaue Kenntnis der Massendefekte mehrerer aufeinanderfolgender Isotope notwendig. Die Bestätigung der Formeln würde das Ziehen quantitativer Schlüsse aus der Häufigkeit von Kernsorten auf ihren Massendefekt rechtfertigen.
9. Aus der im Mittel gleichmäßigen Häufigkeitsverteilung der Elemente folgt eine erste Entstehungstemperatur von rund $2 \cdot 10^{11}$ Grad, die gerade der durch Kernreaktionen im ganzen freiwerdenden Energie entspricht. Die Feinstruktrur der Verteilung scheint durch eine tiefere Temperatur von etwa $5 \cdot 10^{9}$ Grad endgültig bestimmt worden zu sein.
10. In einem „Stern" sehr großer Masse können die geforderten Temperaturen wahrscheinlich vorübergehend entstehen, führen aber zu seiner Explosion. Der Zusammenhang dieser Vorstellung mit der Fluchtbewegung der Spiralnebel wird diskutiert.

Für zahlreiche Diskussionen, die für das Entstehen dieser Arbeit wesentlich waren, möchte ich den Herren Biermann und Wefelmeier herzlich danken. Ebenso danke ich den Herren Gamow, B. Strömgren und Unsöld für mehrere interessante Mitteilungen.

Berlin-Dahlem, Max-Planck-Institut.

(Eingegangen 11. Juli 1938)

Die Geschwindigkeitsverteilung elastisch stoßender Elektronen in einem Gas, dessen Moleküle ihre Temperaturbewegung ausführen

Von Roland Lichtenstein

1. Die Grundgleichung.
2. Lösungsansatz.
3. Der Grundversuch.
4. Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten.
5. Näherungswerte für die Übergangswahrscheinlichkeiten.
6. Verwandlung der Integrodifferentialgleichungen des Systems (2) in Differentialgleichungen.
7. Auflösung des Systems (5).
8. Diskussion des Ergebnisses.

Morse, Allis und Lamar[1]) (zitiert als MAL.) haben die Geschwindigkeitsverteilung elastisch stoßender Elektronen berechnet, die sich in einem Gas unter dem Einfluß eines homogenen elektrischen Feldes befinden, und zwar unter den folgenden beiden Voraussetzungen:

1. Die Elektronendichte ist so klein, daß die Wechselwirkung der Ladungsträger untereinander vernachlässigt werden kann.
2. Die Temperaturbewegung der Gasmoleküle wird vernachlässigt[2]).

Die Rechnung von MAL. wird im Falle verschwindender elektrischer Feldstärke ungültig, da die Lösung singulär wird, während doch die Geschwindigkeitsverteilung der Maxwell-Verteilung zustreben muß. In dieser Arbeit soll die zweite Voraussetzung fallengelassen werden. Es ist dann zu erwarten, daß für genügend große Feldstärken die Geschwindigkeitsverteilung nach MAL., für verschwindende Feldstärken aber die Maxwell-Verteilung herauskommt. Außerdem wird sich zeigen, daß die Temperaturbewegung der Gasmoleküle die Menge der schnellen Elektronen beträchtlich erhöht. Dieser Feststellung kommt vermutlich auch praktische Bedeutung zu, da gerade die schnellen Elektronen zur Anregung und Ionisation fähig und somit für den Energiehaushalt der Gasentladungen wesentlich sind.

1) Morse, Allis und Lamar, Phys. Rev. **48**, 412, 1935; W. P. Allis und H. W. Allen, Phys. Rev. **52**, 703, 1937.

2) Anm. bei der Korrektur: Während der Drucklegung wurde ich auf eine Arbeit von Davydov aufmerksam (Phys. Zeitschr. d. Sowjetunion **8**, 59, 1935 und **9**, 433, 1936), in der ebenfalls das Problem unserer Arbeit behandelt ist. Die von uns benutzte Methode ist begrifflich einfacher als die von Davydov, der die geringe Änderung des Absolutwertes der Elektronengeschwindigkeit bei einem Zusammenstoß eines Elektrons mit einem Molekül als Diffusion im Geschwindigkeitsraum der Elektronen, und zwar in Radialrichtung, auffaßt.

Die Voraussetzung kleiner Elektronendichte wird beibehalten, ebenso die Annahme, daß die Zusammenstöße zwischen den Elektronen und Gasmolekülen elastisch verlaufen. Auch soll hier nur der zeitlich stationäre und im Ortsraum homogene Fall behandelt werden. Es werden wie bei MAL. nur 2 Materialgrößen der Gasmoleküle auftreten, nämlich ihre Masse M und eine Größe Q_1, die hier als kinetischer Wirkungsquerschnitt bezeichnet werden möge, weil sie für das kinetische Verhalten der Elektronen verantwortlich ist, im Gegensatz zum geometrischen Wirkungsquerschnitt Q_0, der die Schwächung von Elektronenstrahlen in Gasen bestimmt. Q_1 ist bei der Townsendschen Meßmethode für den Wirkungsquerschnitt maßgebend, Q_0 wird nach der Ramsauerschen Methode erhalten.

Abschnitt 1

Die Grundgleichung

Wir gehen von der Elektronenbilanz im Geschwindigkeitsraum aus[1]). $\mathfrak{v}$ sei die vektorielle Elektronengeschwindigkeit. Im $\mathfrak{v}$-Raum sei $\mathfrak{v} = \{v_x, v_y, v_z\}$ ein kartesisches Koordinatensystem, dessen positive v_z-Achse der Feldrichtung parallel und gleichgerichtet ist. E sei der Absolutwert der elektrischen Feldstärke, e die Elektronenladung ($e < 0$), m die Elektronenmasse. $f(\mathfrak{v})$ sei die Verteilungsdichte der Elektronen im Geschwindigkeitsraum. Sie sei so normiert, daß

$$\iiint f(\mathfrak{v})\, d\tau = n$$

ist, wobei n die Elektronendichte im Ortsraum ist. Das Integral ist über den ganzen Geschwindigkeitsraum zu erstrecken. $w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2)$ sei die Übergangswahrscheinlichkeit der Elektronen im Geschwindigkeitsraum. $w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2)$ ist so definiert, daß

$$R\,dt f(\mathfrak{v}_1)\, d\tau_1 w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2)\, d\tau_2$$

Elektronen in einem Ortsraumstück vom Volumen R während der kleinen Zeit dt durch Zusammenstöße mit den Gasmolekülen aus dem Geschwindigkeitsraumelement $d\tau_1$ bei der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_1$ in das Geschwindigkeitsraumelement $d\tau_2$ bei der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_2$ gelangen, Die Forderung, daß $f(\mathfrak{v})$ zeitlich konstant ist. führt zu der Grundgleichung[2]):

$$\frac{eE}{m}\frac{\partial}{\partial v_{z_1}} f(\mathfrak{v}_1) = \iiint \{ f(\mathfrak{v}_2) w(\mathfrak{v}_2, \mathfrak{v}_1) - f(\mathfrak{v}_1) w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2) \}\, d\tau_2 \,. \tag{1}$$

Gesucht ist die Verteilungsdichte $f(\mathfrak{v})$. Gegeben sind, e, m, E und die Übergangswahrscheinlichkeiten $w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2)$, die aus den Versuchen von Ramsauer und Kollath[3]) entnommen werden können, wie im Abschnitt 4 gezeigt werden wird. Gleichung (1) ist eine lineare homogene Integrodifferentialgleichung für $f(\mathfrak{v})$.

Abschnitt 2

Lösungsansatz

Es sei $v = |\mathfrak{v}|$, Λ der Winkel zwischen dem Vektor $\mathfrak{v}$ und der positiven v_z-Achse, Θ der Winkel zwischen den Vektoren $\mathfrak{v}_1$ und $\mathfrak{v}_2$ (Fig. 1). Aus Symmetriegründen hängt $w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2)$ nur von v_1, v_2, Θ ab. Wir schreiben daher:

$$w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2) = W(v_1, v_2, \Theta)\,.$$

Wir entwickeln $f(\mathfrak{v})$ nach Kugelfunktionen:

$$f(\mathfrak{v}) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l(v)\, P_l(\cos \Lambda)\,.$$

P_l = $l$tes Legendresches Polynom.

Die in Gleichung (1) vorkommenden Ausdrücke werden jetzt durch geeignete Umformung der Entwicklung von $f(\mathfrak{v})$ angepaßt. Man benutzt dabei im ersten Summanden der rechten Seite das Additionstheorem der Kugelfunktionen[4]), um die in der Entwicklung von $f(\mathfrak{v}_2)$ auftretenden $P_l(\cos \Lambda_2)$ durch Kugelfunktionen von Λ_1 und Θ auszudrücken. Das Azimut φ (Fig. 1)

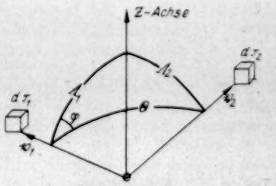


Fig. 1. Bedeutung der Winkel λ_1, λ_2, Θ, φ.

fällt bei der Integration über $d\tau_2$ heraus. Man benötigt ferner, um $\frac{\partial}{\partial v_{z_1}} f(\mathfrak{v}_1)$ umformen zu

1) Vgl. z. B. A. Sommerfeld, Zeitschr. f. Phys. **47**, 1, 1928 [Gleichung (44)].

2) R. Kollath, Ann. d. Phys. **15**, 485, 1932, insbesondere auch im mathematischen Anhang.

3) C. Ramsauer und R. Kollath, Ann. d. Phys. **9**, 756, 1931; **10**, 143, 1931; **12**, 529, 1932; **12**, 837, 1932.

4) Whittaker-Watson, A Course of Modern Analysis, Auflage 1935, § 15. 71.

können, die Maxwellsche Darstellung der Legendreschen Polynome

$$P_l(\cos\Lambda) = \frac{(-1)^l}{l!}\, v^{l+1}\, \frac{\partial^l \frac{1}{v}}{\partial v_x^l}$$

und die Rekursionsformel

$$\cos\Lambda P_l(\cos\Lambda) = \frac{l+1}{2l+1} P_{l+1}(\cos\Lambda) + \frac{l}{2l+1} P_{l-1}(\cos\Lambda).$$

Nach einigem Rechnen erhält man dann, nachdem die Indizes geeignet gerückt sind, die Gleichung

$$\sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos\Lambda_1) \left| \frac{eE}{m} \left[\frac{l}{2l-1} f'_{l-1}(v_1) + \frac{l+1}{2l+3} f'_{l+1}(v_1) - \frac{l-1}{2l-1}\frac{l}{v_1} f_{l-1}(v_1) + \frac{l+1}{2l+3}\frac{l+2}{v_1} f_{l+1}(v_1) \right] \right.$$
$$\left. - 2\pi \int_{v_2=0}^{\infty} \left| f_l(v_2) \int_{\Theta=0}^{\pi} W(v_2, v_1, \Theta) P_l(\cos\Theta) \sin\Theta\, d\Theta - f_l(v_1) \int_{\Theta=0}^{\pi} W(v_1, v_2, \Theta) \sin\Theta\, d\Theta \right| v_2^2 dv_2 \right| = 0. \quad (2)$$

Wegen der Orthogonalität der Legendreschen Polynome muß der Ausdruck innerhalb der geschweiften Klammer für jeden Index l verschwinden. Die Gleichung (2) zerfällt also in ein System von unendlich vielen Integrodifferentialgleichungen für die unendlich vielen gesuchten Funktionen $f_l(v)$.

Abschnitt 3

Der Grundversuch

Im Abschnitt 1 wurde darauf hingewiesen, daß die Übergangswahrscheinlichkeiten $w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2)$ aus den Versuchen von Ramsauer und Kollath entnommen werden können. Hier in diesem Abschnitt soll nun die Berechnung vorbereitet werden, indem die Ergebnisse dieser Versuche geeignet mathematisch formuliert werden.

Ein homogener Elektronenstrahl werde mit der Elektronendichte n und der Elektronengeschwindigkeit v_1 in ein Gas mit der Moleküldichte N_0 gerichtet, dessen Moleküle ruhen sollen. Ferner sei $\varkappa$ das Verhältnis der Elektronenmasse m zur Molekülmasse M. Nach der Zeit dt wird ein Teil der Elektronen durch Zusammenstöße mit den Gasmolekülen abgelenkt sein; dt soll so kurz gewählt sein, daß praktisch alle abgelenkten Elektronen höchstens einen Zusammenstoß erlitten haben. Diesen Vorgang betrachten wir von einem Ortskoordinatensystem aus, das sich mit der Geschwindigkeit $\frac{\varkappa}{1+\varkappa} v_1$ parallel zum Elektronenstrahl bewegt, in dem also der gemeinsame Schwerpunkt von stoßendem Elektron und Stoßpartner ruht (Schwerpunktssystem). Größen, die auf dieses System bezogen sind, sollen durch Striche gekennzeichnet werden. Ablenkwinkel und Geschwindigkeits-Raumwinkelelement im Schwerpunktssystem werden mit ϑ' und $d\Omega'$ bezeichnet. Da die Stöße elastisch verlaufen sollen, folgt aus Energie- und Impulssatz, daß der Absolutwert v_2' der Elektronengeschwindigkeit bezüglich des Schwerpunktssystems nach dem Stoß gleich dem entsprechenden Wert $v_1' = \frac{v_1}{1+\varkappa}$ vor dem Stoß ist. Nach der Zeit dt liegen die Geschwindigkeitsvektoren von $nN_0 v_1' dt d\Omega' \sigma$ Elektronen je Ortsraumeinheit in dem Geschwindigkeits-Raumwinkelelement $d\Omega'$ beim Ablenkwinkel ϑ'. Dabei hängt σ nur noch von ϑ' und v_1' ab. $\sigma = \sigma(\vartheta', v_1')$ werde mit Winkel-Streuwahrscheinlichkeit bezeichnet.

Wir können diesen Sachverhalt auch durch Übergangswahrscheinlichkeiten im Geschwindigkeitsraum des Schwerpunktssystems ausdrücken. Um diese zu formulieren, verwendet man zweckmäßig δ-Funktionen, da die Geschwindigkeitsvektoren der abgelenkten Elektronen im dreidimensionalen Geschwindigkeitsraum nur eine zweidimensionale Fläche erfüllen, nämlich die Kugel $v_2' = \text{const} = v_1'$. Die δ-Funktionen sind durch die folgende Eigenschaft charakterisiert: Für jede stetige Funktion $f(x)$ ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x - x_0)\, dx = f(x_0).$$

Wir schreiben für die Übergangswahrscheinlichkeiten im Schwerpunktssystem:

$$w'(\mathfrak{v}_1', \mathfrak{v}_2') = W'(v_1', v_2', \vartheta')$$
$$= 2N_0 \sigma(\vartheta', v_1')\, \delta(v_2'^2 - v_1'^2).$$

Man überzeugt sich von der Richtigkeit dieses Ansatzes, indem man im $\mathfrak{v}_2'$-Raum über einen

unendlich schmalen und unendlich langen Kegel integriert, dessen Spitze im Nullpunkt liegt und dessen Öffnungsraumwinkel $d\Omega'$ beträgt.

Wegen $\varkappa \ll 1$ weichen die auf das Schwerpunktssystem bezogenen Winkel und Winkel-Streuwahrscheinlichkeiten nur wenig von den auf das ruhende System bezogenen Werten ab, so daß sich in Anbetracht der erreichbaren Meßgenauigkeit eine Umrechnung der gemessenen Winkel-Streuwahrscheinlichkeiten auf das Schwerpunktssystem erübrigt.

Abschnitt 4

Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten

Wir können nun daran gehen, die Übergangswahrscheinlichkeiten $w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2) = W(v_1, v_2, \Theta)$ zu berechnen. Es sei $\mathfrak{v}$ die Elektronengeschwindigkeit, $\mathfrak{V}$ die Molekülgeschwindigkeit und $\mathfrak{v}_s$ die Geschwindigkeit des Schwerpunkts eines Elektrons und seines Stoßpartners. Die nicht mit Strichen gekennzeichneten Größen sind auf das ruhende System bezogen. Der Index 1 bezieht sich auf die Zeit vor dem Zusammenstoß zwischen einem Elektron und einem Molekül, der Index 2 auf die Zeit danach. Größen, die auf das Schwerpunktssystem bezogen sind, werden durch Striche gekennzeichnet.

Die Übergangswahrscheinlichkeit $w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2)$ setzt sich additiv aus solchen Übergangswahrscheinlichkeiten $\overline{w}(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2; \mathfrak{v}_s) d\tau_s$ zusammen, bei denen die Geschwindigkeiten des Schwerpunkts von Elektron und Stoßpartner im Geschwindigkeitsraumelement $d\tau_s$ bei der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_s$ liegen:

$$w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2) = \iiint \overline{w}(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2; \mathfrak{v}_s) d\tau_s .$$

Das Integral ist über den ganzen $\mathfrak{v}_s$-Raum zu erstrecken. Um $\overline{w}(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2; \mathfrak{v}_s)$ berechnen zu können, benötigen wir die Verteilungsdichte $F(\mathfrak{V})$ der Gasmoleküle im Geschwindigkeitsraum. Wenn N die Moleküldichte im Ortsraum ist, so ist nach Maxwell

$$F(\mathfrak{V}) = N \left(\frac{m}{2\pi k T \varkappa} \right)^{3/2} \exp\left| - \frac{m}{2kT\varkappa} \mathfrak{V}^2 \right| .$$

k = Boltzmann-Konstante, T = absolute Temperatur des Gases. $\overline{w}(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2; \mathfrak{v}_s) d\tau_s$ ist die Übergangswahrscheinlichkeit $w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2)$ für den Fall, daß nur solche Gasmoleküle beteiligt sind, daß die Geschwindigkeiten des Schwerpunkts von Elektron und Stoßpartner das Geschwindigkeitsraumelement $d\tau_s$ bei $\mathfrak{v}_s$ ausfüllen, während $\mathfrak{v}_1$ festgehalten ist. Da

$$\mathfrak{v}_s = \frac{\varkappa \mathfrak{v}_1 + \mathfrak{V}_1}{1 + \varkappa}$$

ist, gehören hierzu die Molekülgeschwindigkeiten

$$\mathfrak{V}_1 = (1 + \varkappa)\mathfrak{v}_s - \varkappa \mathfrak{v}_1 .$$

Diese Molekülgeschwindigkeiten füllen also das Geschwindigkeitsraumelement $(1+\varkappa)^3 d\tau_s$ aus. Die Ortsraumdichte der darin enthaltenen Moleküle ist

$$N(1+\varkappa)^3 d\tau_s \left(\frac{m}{2\pi k T \varkappa} \right)^{3/2} \exp\left| - \frac{m}{2kT\varkappa} \left((1+\varkappa)\mathfrak{v}_s - \varkappa \mathfrak{v}_1 \right)^2 \right| .$$

Also ist $\overline{w}(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2; \mathfrak{v}_s) d\tau_s$ gleich $w'(\mathfrak{v}_1', \mathfrak{v}_2')$ mit

$$N_0 = N(1+\varkappa)^3 d\tau_s \left(\frac{m}{2\pi k T \varkappa} \right)^{3/2} \exp\left| - \frac{m}{2kT\varkappa} \left((1+\varkappa)\mathfrak{v}_s - \varkappa \mathfrak{v}_1 \right)^2 \right|$$

und

$$\mathfrak{v}_1' = \mathfrak{v}_1 - \mathfrak{v}_s ; \qquad \mathfrak{v}_2' = \mathfrak{v}_2 - \mathfrak{v}_s .$$

Mit der Abkürzung

$$\vartheta' = \arccos \frac{(\mathfrak{v}_1 - \mathfrak{v}_s)(\mathfrak{v}_2 - \mathfrak{v}_s)}{|\mathfrak{v}_1 - \mathfrak{v}_s| \, |\mathfrak{v}_2 - \mathfrak{v}_s|}$$

haben wir

$$\overline{w}(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2; \mathfrak{v}_s) d\tau_s = 2N(1+\varkappa)^3 d\tau_s \left(\frac{m}{2\pi k T \varkappa} \right)^{3/2} \exp\left| - \frac{m}{2kT\varkappa} \left((1+\varkappa)\mathfrak{v}_s - \varkappa \mathfrak{v}_1 \right)^2 \right|$$
$$\cdot \sigma(\vartheta', |\mathfrak{v}_1 - \mathfrak{v}_s|) \delta\left((\mathfrak{v}_2 - \mathfrak{v}_s)^2 - (\mathfrak{v}_1 - \mathfrak{v}_s)^2 \right) .$$

An dem Argument der δ-Funktion sieht man, daß das dreidimensionale Integral

$$\iiint \overline{w}(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2; \mathfrak{v}_s) d\tau_s$$

in ein Flächenintegral verwandelt wird, dessen Integrationsfläche die Mittelebene zwischen den Endpunkten der Vektoren $\mathfrak{v}_1$ und $\mathfrak{v}_2$ ist; denn dort und nur dort verschwindet das Argument der δ-Funktion.

Wir führen deshalb ein neues kartesisches Koordinatensystem ξ, η, ζ im Geschwindigkeitsraum ein, dessen Ursprung im Punkte $\frac{\mathfrak{v}_1+\mathfrak{v}_2}{2}$ liegt. Die zu den neuen Koordinatenachsen gehörigen Einheitsvektoren $\mathfrak{e}_\xi$, $\mathfrak{e}_\eta$, $\mathfrak{e}_\zeta$ liegen so, daß $\mathfrak{e}_\zeta \parallel \mathfrak{v}_1 - \mathfrak{v}_2$; $\mathfrak{e}_\xi \perp \mathfrak{v}_1$: $\mathfrak{e}_\xi \perp \mathfrak{v}_2$ ist. $\mathfrak{v}_s$ wird dann

$$\mathfrak{v}_s = \frac{\mathfrak{v}_1+\mathfrak{v}_2}{2} + \xi \cdot \mathfrak{e}_\xi + \eta \cdot \mathfrak{e}_\eta + \zeta \cdot \mathfrak{e}_\zeta .$$

Mit der Abkürzung $r = |\mathfrak{v}_1 - \mathfrak{v}_2|$ haben wir

$$w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2) = W(v_1, v_2, \Theta) = \iiint \overline{w}(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2; \mathfrak{v}_s)\, d\tau_s$$

$$= 2N(1+\varkappa)^3 \left(\frac{m}{2\pi kT\varkappa}\right)^{3/2} \iiint \sigma(\vartheta', |\mathfrak{v}_1 - \mathfrak{v}_s|)\, \delta(2\zeta r) \cdot \exp\left\{-\frac{m}{2kT\varkappa}\left((1+\varkappa)\mathfrak{v}_s - \varkappa\mathfrak{v}_1\right)^2\right\} d\xi\, d\eta\, d\zeta .$$

Mit der Abkürzung $U = \xi \mathfrak{e}_\xi + \eta \mathfrak{e}_\eta$ erhält man bei der Integration über ζ:

$$w(\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2) = \frac{N}{r}(1+\varkappa)^3 \left(\frac{m}{2\pi kT\varkappa}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{m}{2kT\varkappa}\left(\frac{1-\varkappa}{2}\mathfrak{v}_1 + \frac{1+\varkappa}{2}\mathfrak{v}_2\right)^2\right\}$$

$$\cdot \iint \exp\left\{-\frac{m}{2kT\varkappa}(1+\varkappa)^2 \mathfrak{U}^2\right\} \exp\left\{-\frac{m}{2kT\varkappa}(1+\varkappa)\mathfrak{U}(\mathfrak{v}_1+\mathfrak{v}_2)\right\} \cdot \sigma\left(\vartheta', \left|\frac{\mathfrak{v}_2-\mathfrak{v}_1}{2} + \mathfrak{U}\right|\right) d\xi\, d\eta ,$$

wobei nunmehr

$$\vartheta' = \arccos \left| \frac{\left(\frac{\mathfrak{v}_2-\mathfrak{v}_1}{2} + \mathfrak{U}\right)\left(\frac{\mathfrak{v}_1-\mathfrak{v}_2}{2} + \mathfrak{U}\right)}{\left|\frac{\mathfrak{v}_2-\mathfrak{v}_1}{2} + \mathfrak{U}\right| \cdot \left|\frac{\mathfrak{v}_1-\mathfrak{v}_2}{2} + \mathfrak{U}\right|} \right| .$$

zu setzen ist. Wir führen auf der ξ, η-Ebene Polarkoordinaten ein: den Winkel β zwischen u_ξ und $\mathfrak{U}$, ferner den Radius $u = \frac{(1+\varkappa)\,|\mathfrak{U}|}{r}$, und können damit das zuletzt aufgetretene Integral in der Form schreiben:

$$\frac{r^2}{(1+\varkappa)^2} \int_{u=0}^{\infty} \int_{\beta=0}^{2\pi} \exp\left\{-\frac{m}{2kT\varkappa} r^2 u^2\right\} \exp\left\{\frac{m}{kT\varkappa} v_1 v_2 u \sin\Theta \sin\beta\right\} \cdot \sigma\left(\vartheta', r\left(\left(\frac{u}{1+\varkappa}\right)^2 + \frac{1}{4}\right)^{1/2}\right) d\beta\, u\, du .$$

Hierbei ist

$$\vartheta' = \arccos \left| \frac{\left(\frac{u}{1+\varkappa}\right)^2 - \frac{1}{4}}{\left(\frac{u}{1+\varkappa}\right)^2 + \frac{1}{4}} \right| .$$

Das Integral über β läßt sich ausführen zu:

$$\int_0^{2\pi} \exp\left\{\frac{m}{kT\varkappa} u v_1 v_2 \sin\Theta \sin\beta\right\} d\beta = 2\pi J_0\left(i \frac{m}{kT\varkappa} u v_1 v_2 \sin\Theta\right) .$$

J_0 = Besselfunktion nullter Ordnung; $i = \sqrt{-1}$.

Wir setzen zur Abkürzung

$$\sigma\left(\vartheta', r\left(\frac{u^2}{(1+\varkappa)^2}+\frac{1}{4}\right)^{1/2}\right)=\psi(u,r)$$

und erhalten so

$$W(v_1,v_2,\Theta)=2\pi N(1+\varkappa)\left(\frac{m}{2\pi kT\varkappa}\right)^{3/2} r \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{m}{2kT\varkappa}\left(\left(\frac{1-\varkappa}{2}v_1\right)^2+2\left(\frac{1-\varkappa}{2}v_1\right)\left(\frac{1+\varkappa}{2}v_2\right)\cos\Theta+\left(\frac{1+\varkappa}{2}v_2\right)^2\right)\right\} \cdot \int_{u=0}^{\infty} \exp\left\{-\frac{m}{2kT\varkappa}r^2u^2\right\} J_0\left(i\frac{m}{kT\varkappa}uv_1v_2\sin\Theta\right)\psi(u,r)\,u\,du\,. \tag{3}$$

$W(v_1, v_2, \Theta)$ ist von der Form

$$\exp\left\{\frac{m}{4kT}(v_1^2-v_2^2)\right\} S(v_1,v_2,\Theta)\,,$$

wobei S eine in v_1 und v_2 symmetrische Funktion ist. Für alle Übergangswahrscheinlichkeiten, die diese Form haben, wird Gleichung (1) im feldfreien Fall durch die Maxwell-Verteilung erfüllt.

Aus einfachen Betrachtungen über die Gleichung (1), die hier nicht wiedergegeben seien, erkennt man, daß die Maxwell-Verteilung die einzige Lösung von Gleichung (1) für $E = 0$ ist.

Abschnitt 5

Näherungswerte für die Übergangswahrscheinlichkeiten

Für weiterführende Untersuchungen sind die Integrodifferentialgleichungen (2) zu verwickelt. Wir kommen aber zu einfachen mathematischen Ausdrücken, wenn wir berücksichtigen, daß $\varkappa$ eine sehr kleine Zahl ist. Schon beim leichtesten Gas, dem H_2, ist $\varkappa < 3 \cdot 10^{-4}$. Für unsere Überlegungen bedeutet die Kleinheit von $\varkappa$ anschaulich, daß die mittleren Molekülgeschwindigkeiten klein gegen die mittleren Elektronengeschwindigkeiten sind.

Zunächst ersetzen wir die Besselfunktion durch ihren asymptotischen Wert, da im Nenner ihres Arguments die sehr kleine Zahl $\varkappa$ steht. Nur wenn der Zähler klein ist, ist dieser Schritt nicht gerechtfertigt. Der dann entstehende Fehler macht sich aber im Rahmen unserer Näherungsrechnung nicht bemerkbar.

$$J_0\left(i\frac{m}{kT\varkappa}uv_1v_2\sin\Theta\right)\approx\left(\frac{2\pi m}{kT\varkappa}uv_1v_2\sin\Theta\right)^{-1/2}\cdot\exp\left\{\frac{m}{kT\varkappa}uv_1v_2\sin\Theta\right\}.$$

Höhere Glieder brauchen nicht berücksichtigt zu werden. Das Integral in Gleichung (3) ist dann vom Typus

$$Q=A\int_0^\infty \exp\left\{-A^2(u-u_0)^2\right\} g(u)\,du\,,$$

wobei A^2 eine sehr große Zahl ist, weil sie $\varkappa$ im Nenner enthält[1]).

Nur ein sehr kleines Integrationsintervall um den Punkt $u = u_0$ herum wird wesentliche Beiträge zum Integral liefern. Es ist darum sinnvoll, $g(u)$ bei $u = u_0$ nach Taylor zu entwickeln und dann von $u = -\infty$ bis $u = +\infty$ zu integrieren. Im Rahmen unserer Näherungsrechnung brauchen wir nur das nullte Glied der Entwicklung, nämlich $\sqrt{\pi}\cdot g(u_0)$. Wir erhalten so

$$W(v_1,v_2,\Theta)\approx N\left(\frac{m}{2\pi kT\varkappa}\right)^{3/2}\frac{1}{r}\psi\left(\frac{v_1v_2\sin\Theta}{r^2},r\right)\cdot\exp\left\{-\frac{m}{8kT\varkappa}\frac{(v_2^2-v_1^2+\varkappa r^2)^2}{r^2}\right\}. \tag{4}$$

1) Die Fälle, in denen r^2 klein ist, sollen uns hier nicht stören, da die durch sie verursachten Fehler im Rahmen unserer Näherungsrechnung keine Rolle spielen.

Abschnitt 6

Verwandlung der Integrodifferentialgleichungen des Systems (2) in Differentialgleichungen

In den Gleichungen des Systems (2) kommen die Übergangswahrscheinlichkeiten nur unter Integralen vor, bei denen über v_2 und Θ integriert wird. Wir integrieren zunächst über v_2. Unter dem Integral kommt sowohl $W(v_1, v_2, \Theta)$ als auch $W(v_2, v_1, \Theta)$ vor. Wir betrachten zunächst den ersten Ausdruck. An der Exponentialfunktion in Gleichung (4) sieht man, daß wegen $\varkappa \ll 1$ nur ein kleines Integrationsintervall um den Punkt

$$v_2 = \frac{v_1}{1+\varkappa}\left(\varkappa\cos\Theta + \sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\Theta}\right)$$

herum, für den das Argument der Exponentialfunktion verschwindet, wesentliche Beiträge zum Integral liefert. Dieser Punkt liegt in der Nähe des Punktes $v_2 = v_1$. Es ist darum zweckmäßig, den Ausdruck

$$G(v_1, v_2, \Theta) = \left(\frac{m}{2\pi kT\varkappa}\right)^{1/2}\frac{1}{r}\exp\left|-\frac{m}{8kT\varkappa}\frac{(v_2^2 - v_1^2 + \varkappa r^2)}{r^2}\right|$$

im Punkte $v_2 = v_1$ nach δ-Funktionen zu entwickeln[1]). Für unsere Zwecke genügt die Entwicklung bis zum Glied zweiter Ordnung, da die folgenden Glieder im Verhältnis zum nullten Glied höchstens von der Größenordnung $\varkappa^2$ sind.

$$G(v_1, v_2, \Theta) = H_0(v_1, \Theta)\,\delta(v_2 - v_1) - H_1(v_1, \Theta)\,\delta'(v_2 - v_1) + H_2(v_1, \Theta)\,\delta''(v_2 - v_1)\,.$$

Dabei sind die Funktionen δ, δ', δ'' durch die folgenden Gleichungen definiert: Für jede zweimal stetig differenzierbare Funktion $f(x)$ ist

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta(x - x_0)\,dx = f(x_0)\,;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta'(x - x_0)\,dx = -f'(x_0)\,;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta''(x - x_0)\,dx = f''(x_0)\,.$$

Die Momente $H_\mu(v_1, \Theta)$ werden erhalten, indem man G mit $(v_2 - v_1)^\mu$ multipliziert und dann integriert:

$$H_\mu(v_1, \Theta) = \frac{1}{\mu!}\int_{-\infty}^{+\infty} G(v_1, v_2, \Theta)\,(v_2 - v_1)^\mu\,dv_2\,.$$

Man wertet diese Integrale ähnlich wie das Integral $\mathfrak{P}$ des vorigen Abschnittes aus.

Entsprechendes gilt für den Ausdruck $G(v_2, v_1, \Theta)$, der in $W(v_2, v_1, \Theta)$ vorkommt, und aus $G(v_1, v_2, \Theta)$ dadurch hervorgeht, daß man $\varkappa$ durch $-\varkappa$ und T durch $-T$ ersetzt.

In der nullten Gleichung ($\mu = 0$) des Systems (2) kommt der Ausdruck

$$K_0(v_1, \Theta) = \int_0^\infty \left\{f_0(v_2)\,W(v_2, v_1, \Theta) - f_0(v_1)\,W(v_1, v_2, \Theta)\right\} v_2^2\,dv_2$$

vor. Mit den Entwicklungen für die G erhalten wir

$$K_0(v_1, \Theta) = N\varkappa(1 - \cos\Theta)\left|4v_1\psi f_0(v_1) + v_1^2\frac{\partial\psi}{\partial v_1}f_0(v_1) + v_1^2\psi f_0'(v_1) + \frac{3kT}{m}\psi f_0'(v_1) + \frac{kT}{m}v_1\psi f_0''(v_1) + \frac{kT}{m}v_1\frac{\partial\psi}{\partial v_1}f_0'(v_1)\right|.$$

Die Funktionen ψ und $\dfrac{\partial\psi}{\partial v_1}$ lauten, vollständig ausgeschrieben,

$$\psi\left(\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{\Theta}{2},\ 2v_1\sin\frac{\Theta}{2}\right) \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial\psi}{\partial v_1}\left(\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{\Theta}{2},\ 2v_1\sin\frac{\Theta}{2}\right).$$

1) Man ersetzt also die Funktion $G(v_1, v_2, \Theta)$ durch die Summe ihrer Momente um den Punkt $v_2 = v_1$. Zu denselben Ergebnissen gelangt man, wenn man, anstatt $G(v_1, v_2, \Theta)$ nach δ-Funktionen zu entwickeln, den übrigen Teil des Integranden in eine Taylorreihe nach $v_2 - v_1$ entwickelt.

Die nullte Gleichung (2) lautet

$$\frac{eE}{3m}\left(f_1'(v_1)+\frac{2}{v_1}f_1(v_1)\right)=2\pi\int_0^\pi K_0(v_1,\Theta)\sin\Theta\,d\Theta\,.$$

Nun ist nach Abschnitt 4

$$\psi(u,r)=\sigma\left(\vartheta',r\left(\left(\frac{u}{1+\varkappa}\right)^2+\frac{1}{4}\right)^{1/2}\right)$$

mit

$$\vartheta'=\arccos\left|\frac{\left(\frac{u}{1+\varkappa}\right)^2-\frac{1}{4}}{\left(\frac{u}{1+\varkappa}\right)^2+\frac{1}{4}}\right|\approx\arccos\frac{u^2-\frac{1}{4}}{u^2+\frac{1}{3}}\,.$$

Also

$$\psi\left(\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{\Theta}{2},\;2v_1\sin\frac{\Theta}{2}\right)\approx\sigma(\Theta,v_1)\,.$$

Nach Einführung der Abkürzungen

$$Q_1(v_1)=2\pi\int_0^\pi\sigma(\Theta,v_1)(1-\cos\Theta)\sin\Theta\,d\Theta\,;$$

$$Q_1'(v_1)=\frac{dQ_1(v_1)}{dv_1}$$

kommen nur noch Funktionen von v_1 vor. Wir werden daher das Argument nicht mehr hinschreiben und überdies den Index $_1$ bei v weglassen. Wir erhalten für die nullte Gleichung (2), nachdem noch beide Seiten mit v^2 multipliziert sind,

$$\frac{eE}{3m}(v^2f_1'+2vf_1)=\varkappa NQ_1'\left[\frac{kT}{m}v^3f_0'+v^4f_0\right]+\varkappa NQ_1'\left[\frac{kT}{m}v^3f_0'+v^4f_0\right]'.$$

Sie läßt sich integrieren zu

$$\frac{eE}{3m}v^2f_1=\varkappa NQ_1\left[\frac{kT}{m}v^3f_0'+v^4f_0\right]+\text{Const}\,.$$

Damit $f_1(v)$ für $v\to 0$ nicht singulär wird, muß die Integrationskonstante verschwinden.

Auf ähnliche Weise erhält man für die l-te Gleichung (2), wenn man die Abkürzung

$$Q_l(v)=2\pi\int_0^\pi\sigma(\Theta,v)\left(1-P_l(\cos\Theta)\right)\sin\Theta\,d\Theta$$

einführt:

$$f_l=\frac{eE}{mNQ_l}\left[\frac{l(l-1)}{2l-1}\frac{f_{l-1}}{v^2}-\frac{l}{2l-1}\frac{f_{l-1}'}{v}-\frac{l+1}{2l+3}\frac{f_{l+1}'}{v}-\frac{(l+1)(l+2)}{2l+3}\frac{f_{l+1}}{v^2}\right];\quad l=1,2,\ldots$$

Anstatt des Systems (2) von Integrodifferentialgleichungen haben wir nun das folgende System von Differentialgleichungen[1])

$$\left.\begin{aligned}\frac{kT}{m}vf_0'+v^2f_0&=\frac{1}{3\varkappa}\frac{eE}{mNQ_1}f_1\,;\\ f_l&=\frac{eE}{mNQ_l}\left[\frac{l(l-1)}{2l-1}\frac{f_{l-1}}{v^2}-\frac{l}{2l-1}\frac{f_{l-1}'}{v}-\frac{l+1}{2l+3}\frac{f_{l+1}'}{v}-\frac{(l+1)(l+2)}{2l+3}\frac{f_{l+1}}{v^2}\right];\\ &\qquad l=1,2,\ldots\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

Abschnitt 7

Auflösung des Systems (5)

Für $E=0$ wird das System (5) durch die Maxwell-Verteilung

$$f_0=\text{const}\cdot\exp\left|-\frac{m}{2kT}v^2\right|;$$

$$f_l=0\quad\text{für}\quad l=1,2,\ldots$$

erfüllt.

1) Der Übergang zu einem Gasgemisch wird durch die folgende Regel bewerkstelligt: Man ersetze

$$\varkappa NQ_l\quad\text{durch}\quad\Sigma(\varkappa NQ_l)$$

und

$$NQ_l\quad\text{durch}\quad\Sigma(NQ_l);\qquad l=1,2,\ldots$$

Die Summe ist über alle Komponenten des Gemisches zu erstrecken. Man erhält so an Stelle von Gleichung (5) das System

$$\frac{kT}{m}vf_0'+v^2f_0=\frac{eE}{3m}\frac{1}{\Sigma(\varkappa NQ_l)}f_1\,;$$

$$f_l=\frac{eE}{m}\frac{1}{\Sigma(NQ_l)}\left[\frac{l(l-1)}{2l-1}\frac{f_{l-1}}{v^2}-\frac{l}{2l-1}\frac{f_{l-1}'}{v}-\frac{l+1}{2l+3}\frac{f_{l+1}'}{v}-\frac{(l+1)(l+2)}{2l+3}\frac{f_{l+1}}{v^2}\right];$$

$$l=1,2,\ldots$$

Die weitere Behandlung geht genau so vor sich wie im Falle eines chemisch einheitlichen Gases.

Um Gleichung (5) für $E \neq 0$ diskutieren zu können, führt man zweckmäßig eine neue Veränderliche ω ein durch die Beziehung

$$v^2 = \left(\frac{eE}{\sqrt{\varkappa m N \overline{Q_1}}} + \frac{kT}{m} \right) \omega ,$$

wobei $\overline{Q_1}$ eine untere Schranke für $Q_1(v)$ ist. Eine genauere Untersuchung zeigt dann: Zwar nicht im ganzen Geschwindigkeitsbereich $v = 0 \ldots \infty$, wohl aber in einem endlichen Gebiet, das für alle praktischen Anforderungen groß genug ist, darf man in der l-ten Gleichung ($l = 1, 2, \ldots$) die Glieder mit f_{l+1} und f'_{l+1} vernachlässigen. Wir erhalten so das System

$$\left.\begin{aligned} \frac{kT}{m} v f'_0 + v^2 f_0 &= \frac{1}{3\varkappa} \frac{eE}{mNQ_1} f_1 ; \\ f_l &= \frac{eE}{mNQ_l} \left[\frac{l(l-1)}{2l-1} \frac{f_{l-1}}{v^2} - \frac{l}{2l-1} \frac{f'_{l-1}}{v} \right] ; \qquad l = 1, 2 \ldots \end{aligned}\right| \tag{6}$$

Aus der Vereinigung der beiden ersten Gleichungen (6) erhält man für f_0 die folgende Differentialgleichung erster Ordnung

$$\left| \frac{kT}{m} v^2 + \frac{1}{3\varkappa} \left(\frac{eE}{mNQ_1} \right)^2 \right| f'_0 + v^3 f_0 = 0 , \tag{7}$$

mit der Lösung

$$f_0(v) = C \cdot \exp \left| - \int_0^v \frac{z^3}{\frac{kT}{m} z^2 + \frac{1}{3\varkappa} \left(\frac{eE}{mNQ_1(z)} \right)^2} dz \right| \tag{8}$$

$f_1(v)$ wird dann

$$f_1(v) = \frac{eE}{mNQ_1(v)} \cdot \frac{v^2}{\frac{kT}{m} v^2 + \frac{1}{3\varkappa} \left(\frac{eE}{mNQ_1(v)} \right)^2} \cdot f_0(v) .$$

Die Funktion f_1 ist für die Stromdichte maßgebend. C ist ein Normierungsfaktor, der durch die Elektronendichte bestimmt ist. Im Falle $Q_1(v) = \text{const}$ läßt sich das Integral in Gleichung (8) ausführen. Man erhält dann

$$f_0(v) = C \cdot \left(1 + 3\varkappa kT \left(\frac{NQ_1}{eE} \right)^2 m v^2 \right)^{\frac{1}{6\varkappa \left(\frac{eE}{NQ_1 kT} \right)^2}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} . \tag{8a}$$

Auch wenn Q_1 von v abhängt, läßt sich das Integral in Gleichung (8) auf einfache Weise numerisch oder graphisch ausführen.

Im Verhältnis zu f_0 sind die f_l mit $l > 1$ nur von der Größenordnung $\varkappa^{l/2}$, also für die Geschwindigkeitsverteilung nicht wesentlich. Man braucht also nur f_0 und f_1 zu berücksichtigen[1]). Diese beiden Funktionen hängen nur von zwei Materialgrößen der Gasmoleküle ab, nämlich der Masse M und dem kinetischen Wirkungsquerschnitt Q_1. Der Unterschied zwischen Q_1 und dem geometrischen Wirkungsquerschnitt Q_0, definiert durch die Gleichung

$$Q_0(v) = 2\pi \int_0^\pi \sigma(\Theta, v) \sin\Theta d\Theta ,$$

wurde u. a. von R. Kollath[2]) und MAL hervorgehoben.

1) Es muß darauf hingewiesen werden, daß die Gleichungen (5) bis (9) das Verhalten der Geschwindigkeitsverteilung nur dann richtig wiedergeben, solange v unter einer Schranke liegt, die von der Größenordnung $\varkappa^{-1/4} \left(\frac{eE}{\sqrt{\varkappa m N Q_1}} + \frac{kT}{m} \right)^{1/2}$ ist. Denn nur dann sind die bei der Entwicklung nach δ-Funktionen in Abschnitt 6 vernachlässigten Glieder klein gegen die mitgeführten. Die in den Abschnitten 5 und 6 benutzten Näherungswerte für die Übergangswahrscheinlichkeiten sind dann ungenau, wenn die Elektronengeschwindigkeiten nicht groß gegen die mittlere Molekülgeschwindigkeit sind. Auf f_0 wirkt sich dieser Fehler nicht aus, weil sowohl in Wirklichkeit als auch nach unserer Näherungsrechnung $f'_0(0)$ verschwindet, so daß im Bereich kleiner Geschwindigkeiten $f_0(v)$ annähernd konstant ist; deshalb kann hier die Näherungsrechnung nicht wesentlich von der Wirklichkeit abweichen. Daß die nach Gleichung (6) berechneten f_l mit $l \geqq 2$, für $v \to 0$ nicht verschwinden, liegt daran, daß der Übergang von Gleichung (5) zu (6) bei kleinen Geschwindigkeiten nicht mehr gerechtfertigt ist. Da diese f_l ohne physikalisches Interesse und außerdem klein sind, stört der Fehler nicht.

2) Ann. d. Phys. **15**, 485, 1932, insbesondere auch im mathematischen Anhang.

Abschnitt 8

Diskusion des Ergebnisses

Aus Gleichung (8) erkennt man, daß man drei Geschwindigkeitsbereiche zu unterscheiden hat.

I. $$\frac{kT}{m} v^2 \ll \frac{1}{3\varkappa}\left(\frac{eE}{mNQ_1}\right)^2.$$

In diesem Bereich kann man in Gleichung (8) den Temperaturterm $\frac{kT}{m} z^2$ vernachlässigen. Hier gelten also die Ergebnisse von MAL.

II. $$\frac{kT}{m} v^2 \gg \frac{1}{3\varkappa}\left(\frac{eE}{mNQ_1}\right)^2.$$

In diesem Bereich tritt der Term $\frac{1}{3\varkappa}\left(\frac{eE}{mNQ_1}\right)^2$ gegenüber dem Temperaturterm zurück. Zwar wird auch hier die Geschwindigkeitsverteilung durch die Feldstärke E beeinflußt, da ja die Integrationsveränderliche z in Gleichung (8) auch den Bereich I durchläuft. Das relative Abklingen mit wachsendem v erfolgt jedoch im Sinne der zur Temperatur T gehörenden Maxwellverteilung und damit viel langsamer als nach MAL. Die Temperaturbewegung der Gasmoleküle erhöht also beträchtlich gerade den Anteil der schnellen Elektronen, deren Energie zur Anregung und Ionisation ausreicht und die deshalb für den Energiehaushalt der Gasentladungen bedeutsam sind.

III. $\frac{kT}{m} v^2$ und $\frac{1}{3\varkappa}\left(\frac{eE}{mNQ_1}\right)^2$ haben dieselbe Größenordnung. Hier kann in Gleichung (7) nichts vernachlässigt werden. Hier gelten also weder die Maxwell-Verteilung noch die Ergebnisse von MAL.

Physikalisch bedeutet die Einteilung des ganzen Geschwindigkeitsbereichs in diese drei Bereiche, daß die Geschwindigkeitsverteilung der langsamen Elektronen im wesentlichen durch die Feldkräfte, die der schnellen Elektronen im wesentlichen durch die Temperaturbewegung der Gasmoleküle bestimmt wird. Im Übergangsgebiet III sind der elektrische und der thermische Einfluß von derselben Größenordnung.

Die Erzeugung der für den Energiehaushalt wichtigen schnellen Elektronen geht also so vor sich. Im Bereich I werden Elektronen durch elektrische Kräfte beschleunigt. Im Zwischenbereich wird die elektrische Energiezufuhr allmählich von der thermischen abgelöst, die dann im Bereich II für die weitere Beschleunigung der Elektronen verantwortlich ist. Da die meisten Stöße nicht mit Energiegewinn, sondern mit Energieverlust verbunden sind, ist nur ein kleiner Bruchteil aller Elektronen besonders energiereich.

Die obige Einteilung des ganzen Geschwindigkeitsbereiches in Teilbereiche führt zu der folgenden Unterscheidung der Entladungsfälle.

A. $$kT \ll \frac{1}{\sqrt{\varkappa}} \frac{eE}{NQ_1}.$$

Hier liegt fast der ganze physikalisch interessierende Geschwindigkeitsbereich innerhalb I. Dies ist der von MAL behandelte Fall.

B. $$kT \gg \frac{1}{\sqrt{\varkappa}} \frac{eE}{NQ_1}.$$

Hier liegt der ganze physikalisch interessierende Geschwindigkeitsbereich innerhalb II. Das elektrische Feld bewirkt hier nur eine kleine Störung der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung.

C. kT und $\frac{1}{\sqrt{\varkappa}} \frac{eE}{NQ_1}$ sind von der gleichen Größenordnung. Hier darf man weder nach Maxwell noch nach MAL rechnen.

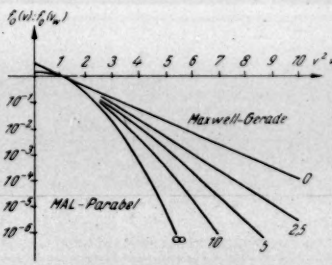


Fig. 2. Verteilungskurven für verschiedene Werte des Verhältnisses $\gamma = \left(\frac{1}{\sqrt{\varkappa}} \frac{eE}{NQ_1}\right) : (kT)$.

Zur Veranschaulichung haben wir in Fig. 2 das Verhältnis $f_0(v) : f_0(v_w)$ in Abhängigkeit von $\left(\frac{v}{v_w}\right)^2$ für verschiedene Werte des Parameters $\gamma = \left(\frac{1}{\sqrt{\varkappa}} \frac{eE}{NQ_1}\right) : (kT)$ aufgetragen. Dabei ist v_w die wahrscheinlichste Geschwindigkeit; bei v_w liegt also das Maximum von $v^2 \cdot f_0(v)$. Der

Einfachheit halber wurde Q_1 als konstant angenommen. Man sieht, daß die Maxwell-Verteilung im Bereiche hoher Elektronenenergien um mehrere Zehnerpotenzen von der Kurve nach MAL abweicht und daß der Zwischenraum von den nach Gleichung (8) berechneten Kurven ausgefüllt wird.

In Fig. 3 haben wir für einen konkreten Fall den Unterschied zwischen der Geschwindigkeitsverteilung nach MAL, nach Gleichung (8) und nach dem Gedankengang von Pidduck[1]) dargestellt. (Pidduck nahm an, daß die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen maxwellisch ist und berechnete die Elektronentemperatur über den Energiesatz.) Als Beispiel

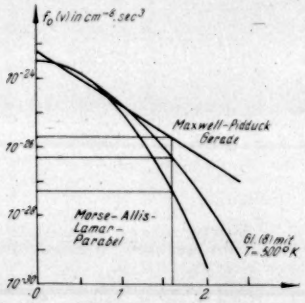


Fig. 3. Beispiel für den Unterschied der Verteilungsdichten nach Maxwell-Pidduck, Morse-Allis-Lamar und Gleichung (8). Die Ordinatenwerte sind auf die Elektronendichte 1 Elektron pro cm³ bezogen.

wurde Cäsiumdampf von 500°K gewählt. Der Sättigungsdruck bei dieser Temperatur ist etwa 0,3 mm QS. Der kinetische Wirkungsquerschnitt wurde der Einfachheit halber konstant gesetzt, und zwar gleich 1000 cm² : cm³, bezogen auf 0° C und 1 mm QS.[2]). Die Feldstärke wurde zu 1 Volt · cm^{-1} angenommen. (Es sei bemerkt, daß es nach Gleichung (8) nicht auf die Einzelwerte E, N, Q_1 ankommt, sondern nur auf das Verhältnis $\frac{E}{NQ_1}$.) Auf der Ordinate ist $f_0(v)$, auf der Abszisse die Elektronenenergie aufgetragen. Allen 3 Kurven entspricht die gleiche räumliche Elektronendichte n. Sie sind auf $n = 1$ Elektron/cm³ normiert. Die mittlere Elektronenenergie für die Geschwindigkeitsverteilung nach MAL ist 0,4 eV. Für eine Elektronenenergie von 1,6 eV, die der ersten Anregungsspannung des Cäsiums entspricht, weicht die Gerade nach Maxwell-Pidduck und die Parabel nach MAL größenordnungsmäßig um eine Zehnerpotenz von der Kurve nach Gleichung (8) ab.

1) Pidduck, Proc. Roy. Soc. (A) **88**, 296, 1913.
2) In dieser Gegend liegt nach Messungen von R. B. Brode (Phys. Rev. **34**, 673, 1929) der geometrische Wirkungsquerschnitt Q_0, der von derselben Größenordnung ist wie der kinetische Wirkungsquerschnitt Q_1.

Zusammenfassung

In einem Gas, dessen Moleküle ihre Temperaturbewegung ausführen, befinden sich Elektronen, die mit den Gasmolekülen elastisch zusammenstoßen. Es wird die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen berechnet, wenn sie unter dem Einfluß eines homogenen elektrischen Feldes stehen. Die Elektronendichte sei so gering, daß die Wechselwirkung der Ladungsträger untereinander vernachlässigt werden kann.

Man gelangt über die Elektronenbilanz im Geschwindigkeitsraum zu einfachen Ausdrücken für die fast kugelsymmetrische Verteilungsdichte der Elektronen im Geschwindigkeitsraum. Die einzigen vorkommenden Materialgrößen der Gasmoleküle sind ihre Masse und ihr sog. kinetischer Wirkungsquerschnitt. Die Geschwindigkeitsverteilung der schnellen Elektronen wird im wesentlichen durch die Temperaturbewegung der Gasmoleküle bestimmt, die den Anteil der energiereichen Elektronen gegenüber dem von Morse, Allis und Lamar behandelten Fall (Gastemperatur gleich Null) beträchtlich erhöht. Es sind gerade die schnellen Elektronen, die für den Energiehaushalt der Gasentladungen von Bedeutung sind, da ihre Energie zur Anregung und Ionisation ausreicht.

Diese Arbeit entstand als Diplomarbeit an der Technischen Hochschule Darmstadt. Herrn Prof. O. Scherzer danke ich für die Stellung des Themas und für zahlreiche Ratschläge.

Darmstadt, Institut für theoretische Physik.

(Eingegangen 6. Juni 1938)

Zur Frage der Nullpunktsstabilität von Elektrometerröhrengeräten

Von Fr. Müller und W. Dürichen

Für die möglichst elektrostatische Messung elektromotorischer Kräfte ist in den letzten Jahren die Entwicklung von Elektrometerröhrengeräten zu großer Bedeutung gelangt[1]). Das Prinzip dieser Apparaturen beruht bekanntlich darauf, daß die zu messende EMK in den Gitterkreis einer Elektrometerröhre gelegt wird und man aus der eintretenden Änderung des Anodenstromes auf die Größe der zu messenden Spannung zurückschließen kann.

Die beiden wesentlichsten Forderungen, die man an das einwandfreie Arbeiten mit einem solchen Gerät stellen muß, bestehen einmal darin, daß der Gitterstrom so klein wie irgend möglich gehalten wird, damit dem zu messenden Element nur ein minimaler Strom entzogen wird, und zum andern darin, daß eine genügende Spannungsempfindlichkeit gewährleistet ist.

Die erste dieser beiden Forderungen ist heute durch Verwendung von Spezialelektrometerröhren und Ausbildung geeigneter Schaltungen so weitgehend erfüllt, daß man bis zu Gitterströmen von 10^{-14} — 10^{-15} A herunter kommt. Damit ist man in der Lage, wissenschaftlich und technisch gleich bedeutungsvolle Probleme zu untersuchen, die bisher mangels einer geeigneten Meßmethodik nur schwer oder gar nicht zugänglich waren[1]).

Was die Spannungsempfindlichkeit solcher Anordnungen anbetrifft, so ist diese in erster Linie abhängig von der Steilheit der Röhre — und natürlich von der Stromempfindlichkeit des Anodenstrominstrumentes und den Widerstandsverhältnissen im Anoden- und Gitterkreis. Sie wird aber darüber hinaus vor allem — und darauf wird im allgemeinen viel zu wenig geachtet — begrenzt durch den Grad der erreichten Nullpunktsstabilität. Wenn man die unbekannte Spannung mit einer Genauigkeit von 1 mV messen will, so ist die selbstverständliche Voraussetzung dafür, daß der in der Anordnung vorhandene Störspiegel höchstens 10 Proz., möglichst aber viel weniger — je nach den verlangten Anforderungen und der Meßdauer — betragen darf.

Man kann wohl sagen, daß alle kritischen Arbeiten der letzten Jahre von der Lösung des Problems beherrscht werden, den Störspiegel genügend klein zu halten. In vielen Arbeiten erscheinen die angegebenen Werte über Empfindlichkeit und Genauigkeit reichlich illusorisch, weil keine Hinweise auf die zeitliche Beständigkeit dieser Werte gegeben werden. Sehr oft ist die Stabilität des Nullpunktes im Anodenstromgalvanometer so gering, daß die behauptete Empfindlichkeit gar nicht ausgenutzt werden kann.

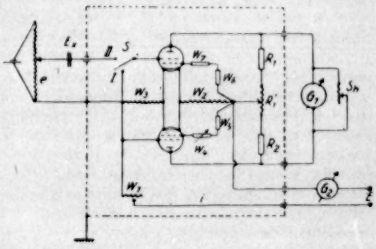


Fig. 1. Zweiröhren-Elektrometerröhrenapparatur.

Wir verwenden auf Grund jahrelanger Versuche eine Zweiröhrenapparatur nach dem Schema der Fig. 1 mit einer Spannungsteilerschaltung, bei der die gemeinsame Batterie E über einen Vorwiderstand w_1 den Heizstrom für beide Röhren, in unserem Falle bei T 114 Röhren der AEG., 160–165 mA liefert. Die Anodenspannungen ergeben sich als Spannungsabfall an dem Widerstand w_2, ebenso die Gittervorspannung an w_3. Die Raumladegitterspannungen werden durch die Vorwiderstände w_4–w_7 erzeugt. R_1 und R_2 bzw. R_1' sind die Brückenwiderstände. Nach dem Einbrennen der Röhren wird bei Schalterstellung S_I das Galvanometer G_1 mittels R_1' auf Null gebracht und dann bei Schalterstellung S_{II} der erneute Galvanometerausschlag mittels des Potentiometers P wiederum auf Null kompensiert. Die dazu notwendige Potentiometerspannung e ist gleich der gesuchten EMK E_x.

Es hat sich gezeigt, daß die Überwindung des noch vorhandenen stetigen Ganges des Brückengalvanometers am wirksamsten durch eine Beeinflussung der Raumladegitterspannung möglich ist. Wir haben neuerdings diese Verhältnisse in langen systematischen Untersuchungen weitgehend geklärt und dabei unsere Ansicht bestätigt gefunden, daß die Ursache für diese lästige Inkonstanz des Nullpunktes, die bisher die Leistungsfähigkeit der Elektrometerröhrengeräte in vielen Fällen stark beeinträchtigte, viel weniger in einem ungeeigneten Aufbau oder in der Verwendung unzureichender Hilfsmittel zu suchen ist, sondern daß diese Störungen ihre Ursachen in den Röhren selbst haben. Unserer

1) Siehe z. B. Fr. Müller und W. Dürichen, Zeitschr. f. Elektrochem. **41**, 559, 1935; **42**, 31, 1936; Fr. Müller, Korrosion und Metallschutz **14**, 138, 193, 1938.

Arbeit liegen in der Hauptsache folgende Überlegungen zugrunde:

Bei gut abgeglichenen Brückenanordnungen ist der Gang des Galvanometers bedingt durch eine stetige Änderung des Anodenstromes. Wenn alle Speisespannungen, vor allem die Heizspannung, genügend konstant sind, dann sollte eigentlich kein merklicher Gang des Nullgalvanometers entstehen können. Dies ist aber nur für eine gewissermaßen makroskopische Betrachtung richtig. Man muß sich klar machen, daß die üblichen Betriebsspannungen der Elektrometerröhren sehr klein sind – Anodenspannung 6 V, Raumladegitterspannung 4 V, Heizspannung 2 V. Das bedeutet, daß gegenüber den beiden Heizfadenenden in der Röhre außerordentlich verschiedene Steuerspannungen wirksam sind, so beträgt z. B. die Anodenspannung gegenüber dem negativen Heizfadenende 6 V, gegenüber dem positiven Ende 4 V, die Raumladegitterspannung gegen das negative Ende 4 V, gegen das positive Ende 2 V, die Steuergitterspannung gegen das negative Ende — 3 V, gegen das positive Ende — 5 V.

Die Folge davon ist nun, daß die das positive Heizfadenende umgebende Raumladung, die ja die unmittelbare Elektronenquelle darstellt, wesentlich verschieden ist von der das negative Ende umgebenden. Infolge der wesentlich positiveren Steuerspannung am negativen Heizfadenende ist an diesem also auch die Raumladung viel kleiner als am positiven Heizfadenende. Eine Auffüllung der Raumladung am negativen Heizfadenende auf Kosten der Raumladung des positiven Endes kann im allgemeinen nicht eintreten, weil dann nämlich die Elektronen in der Raumladung gegen das negative Potential des anderen Heizfadenendes anlaufen müßten. Das bedeutet aber, daß die am negativen Ende austretenden Elektronen sofort abgeführt werden, während die am positiven Ende vorhandene hohe Raumladungsdichte viel weniger Elektronen ungehindert austreten läßt, weil dort infolge der negativeren Steuerspannung bedeutend weniger Elektronen abgeführt werden. Damit wirkt aber das Stück des Heizfadens vom positiven Ende her nur mehr oder weniger als Vorwiderstand in der Elektronenquelle. Die spezifische Belastung des negativen Heizfadenendes muß also größer sein als die des positiven Endes.

Daraus folgt nun, daß bei kritischer Belastung des negativen Heizfadenendes bereits der Raumladegitter- und Anodenstrom eine andauernde gleichmäßige Aufheizung des negativen Fadenendes herbeiführen können. Diese vermutete Aufheizung würde also die Ergiebigkeit der Elektronenquelle stetig steigern, wodurch ein andauerndes langsames Anwachsen des Anodenstromes bedingt wird, was man bei empfindlicher Gestaltung einer Prüfapparatur auch experimentell bestätigen kann. Dieser Effekt könnte allerdings zum Teil durch eine gleichmäßige Abnahme der Speisespannungen kompensiert werden. Wenn aber die Elektrometerröhrenapparatur wie bei uns so konstruiert ist, daß eine willkürliche Änderung der Speisespannung um große Beträge außerordentlich wenig ausmacht, dann ist die Wanderung des Nullpunktes in voller Stärke zu beobachten. Bei Brückenanordnungen kommt nun der Gang dadurch zustande, daß die vermutete Aufheizung in beiden Röhren verschieden ist. Dies wird praktisch fast immer der Fall sein; wir haben bei unseren jahrelangen Untersuchungen noch kein Röhrenpaar gefunden, bei dem beide Röhren in feststellbaren Grenzen gleich gewesen wären.

Wenn die ganze Erscheinung durch eine stetige Änderung der Raumladung bewirkt wird, dann mußte man von dem eingehenden Studium der Abhängigkeit der Raumladegitter- und Anodenströme von der aufgewendeten Heizleistung Hinweise für die weitere Arbeitsrichtung erhalten. Tatsächlich konnten in dieser Beziehung immer beträchtliche Verschiedenheiten festgestellt werden. Der Grad der Temperatursättigung z. B. ist noch nicht einmal bei zwei Röhren gleich gefunden worden.

Der naheliegende und auch schon in unseren letzten Arbeiten benutzte Weg, die Raumladungsverhältnisse in den verschiedenen Röhren durch Änderung von Vorwiderständen in den Zuleitungen zu den Raumladegittern weitgehend einander anzugleichen, hat auch tatsächlich dazu geführt, sehr stabile Verhältnisse in reproduzierbarer Weise zu erhalten.

Man könnte nun sagen, daß es in Anbetracht dieser Verhältnisse doch am einfachsten sei, in jedem Falle im Temperatursättigungsgebiet der Röhren zu arbeiten. Leider ist mit den vorliegenden Röhren dieser Weg nur in den seltensten Fällen gangbar. Man kann zwar auf diese Weise die Stabilität erhöhen, tauscht aber dafür einen anderen Nachteil ein, den man mit Rücksicht auf den grundlegenden Verwendungszweck solcher Apparaturen nicht in Kauf nehmen kann, nämlich eine Erhöhung des Gitterstromes.

Auch hierüber haben wir eingehende Versuche angestellt. Es gibt unter den Elektrometerröhren nur einen Vertreter ohne Raumladegitter, nämlich die Philips Zweiplattenröhre 4060 mit einem verblüffend kleinen Gitterstrom in der Größenordnung von 10^{-14} A. Bei allen anderen Elektrometerröhren ist der Hauptgrund für den Einbau eines Raumladegitters in dem Bestreben zu suchen, den Ionengitterstrom möglichst

gering zu halten. Selbst bei einem sehr guten Hochvakuum scheint in der Röhre eine Ionisation von Gasresten, die zunächst vielleicht noch an den Glaswänden oder dem Elektrodenaufbau adsorbiert sind, nicht völlig zu vermeiden zu sein. Man weist zwar darauf hin, daß bei den begrenzten Anodenspannungen von maximal 8 V eine solche Ionisation nicht eintreten könne, doch bezieht sich das nur auf die Stoßionisation.

Andererseits ist es durchaus möglich, daß viel kritischer die Bildung von Thermoionen ist. Diese kann zum mindesten an den Stellen, an denen der Heizfaden gewisse Inhomogenitäten und Lockerstellen aufweist, wenn nicht über die ganze Länge des Heizfadens, auftreten. Solchen in der Umgebung des Heizfadens entstehenden Ionen muß, damit sie nicht in den Bereich des Steuergitters anlaufen können, ein hohes Raumladegitterpotentialentgegengesetzt werden. Diese Forderung steht aber der vorher erwähnten nach einem Arbeitspunkt im Temperatursättigungsgebiet gerade entgegen. Anders ausgedrückt, bedeutet das, daß man die Stabilität des Nullpunktes dadurch verbessern könnte, daß man den Arbeitspunkt der Röhre in das Temperatursättigungsgebiet verlegt, daß man aber damit gleichzeitig eine eventuelle untragbare Vergrößerung des Gitterstromes in Kauf nehmen müßte.

Andererseits ergibt sich aus diesen Überlegungen, daß man offenbar bei Zweiröhrenanordnungen die Nullpunktsstabilität wesentlich verbessern kann, wenn man den Gang der Vergleichsröhre demjenigen der Meßröhre möglichst gleich macht. Über beliebig lange Zeiten wird das natürlich nicht möglich sein. Man müßte nämlich voraussetzen, daß der Differentialquotient des Ganges nach der Zeit $\frac{\partial i^2 A}{\partial t^2}$, d. i. der zweite Differentialquotient des Anodenstromes nach der Zeit, für beide Röhren gleich Null oder mindestens für beide Röhren gleich ist. Man wird von diesem Gesichtspunkt aus betrachtet natürlich keine Konstanz über beliebig lange Zeiträume erwarten dürfen, aber man kann nun, wie gezeigt werden wird, immerhin den Gang der Vergleichsröhre dem der Meßröhre weitgehend angleichen. Unter Berücksichtigung der grundlegenden Forderung nach einem genügend kleinen Gitterstrom ist dieser Weg offenbar die einzige Möglichkeit.

Wie schon erwähnt, tritt der Gang dann besonders deutlich in Erscheinung, wenn man die Abgleichung der Brücke so vornimmt, daß eine Änderung der Speisespannungen nur einen sehr geringen Einfluß auf die Nullpunktskonstanz ausübt. Die Änderung der Ergiebigkeit der Elektronenquelle – als solche sehen wir ja die Raumladung längs des Heizfadens an – erfolgt also praktisch unabhängig von den Änderungen der äußeren Betriebsbedingungen. Wird nun die Raumladungsdichte in einer Röhre größer, so äußert sich das, wenn man die Röhre als Generator ansieht, in einer Änderung der elektromotorischen Kräfte zwischen den beiden Elektroden. Diese Änderung ist bei beiden Röhren verschieden, aber sie hängt ab vom Gesamtwiderstande des betrachteten Stromkreises. Außerdem ist sie noch abhängig vom jeweils vorhandenen Temperatursättigungsgrade, da ja die Temperatursättigung selbst von den an den Elektroden wirksamen Spannungen abhängig ist, also auch von den Spannungsabfällen an den Außenwiderständen der Röhrenkreise. Da sich nun die Raumladung, also die Elektronenquelle, am einfachsten durch Änderungen der Raumladegitterspannung beeinflussen läßt, so ist der gegebene Weg die Änderung des Gesamtwiderstandes des Raumladegitterkreises, d. h. die Änderung des Vorwiderstandes in der Raumladegitterzuleitung.

Man kann auf diese Weise den Arbeitspunkt aus dem Gebiete der Temperatursättigung herausschieben, oder auch in dieses Gebiet hineinverlegen und so erreichen, daß der Differentialquotient des Anodenstromes nach der Heizung, die Abhängigkeit des Anodenstromes vom Heizstrom $\frac{\partial i_A}{\partial i_F}$ bei beiden Röhren in dem betreffenden Arbeitspunkt möglichst gleich wird. Man muß dabei nur beachten, daß der Differentialquotient der Meßröhre, in dessen Gitterkreis die unbekannte Spannung liegt, kleiner ist als der der Vergleichsröhre.

Wenn man ein Röhrenpaar für eine Brückenanordnung aussucht, dann müssen diese Röhren nicht nur möglichst in der Anodenstrom-Gitterspannungscharakteristik übereinstimmen, sondern es muß in gleichem oder höherem Maße gefordert werden, daß von vornherein die Abhängigkeit der Anodenströme vom Heizstrom, $\frac{\partial i_A}{\partial i_F}$, möglichst gleich ist. Wir verdanken in dieser Beziehung dem Entgegenkommen der AEG. eine geeignete Auswahl solcher Röhren. Man muß beim Aufbau eines Elektrometerröhrengerätes zunächst die verschiedenen Charakteristiken, insbesondere eben die wichtige Abhängigkeit $\frac{\partial i_A}{\partial i_F}$ und $\frac{\partial i_{RG}}{\partial i_F}$ zunächst aufnehmen.

Als ein Beispiel zeigt Tabelle I und Fig. 2 und 3 die Abhängigkeit des Anoden- und Raumladegitterstromes vom Heizstrom für zwei T 114 Röhren der AEG.

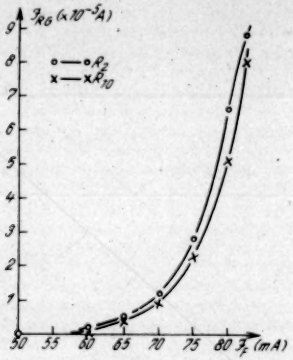


Fig. 2. $\frac{\partial i_{RG}}{\partial i_F}$.

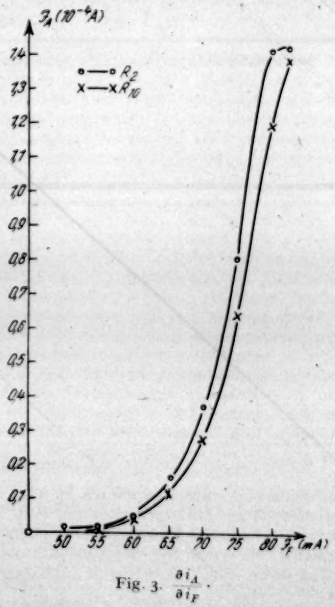


Fig. 3. $\frac{\partial i_A}{\partial i_F}$.

Man sieht, daß von diesen Röhren nur Nr. 10 als Meßröhre in Frage kommt, wenn eine möglichst große Nullpunktsstabilität erzielt werden soll.

Tabelle I

	I_F	I_{RG}	I_A
T 114 Nr. 2	50 mA	0,0 · 10^{-4} A	0,02 · 10^{-4} A
	55	0,0	0,02
	60	0,02	0,05
	65	0,05	0,16
	70	0,12	0,37
	75	0,28	0,80
	80	0,66	1,41
	82,5 mA	0,88	1,42
T 114 Nr. 10	50 mA	0,0 · 10^{-4} A	0,0 · 10^{-4} A
	55	0,0	0,01
	60	0,01	0,04
	65	0,04	0,12
	70	0,09	0,28
	75	0,23	0,64
	80	0,51	1,19
	82,5 mA	0,80	1,38

Für diese Röhre Nr. 10 mußte nun festgestellt werden, in welcher Weise der Gitterstrom von der Heizung und vom vorgeschalteten Widerstand in der Raumladegitterzuleitung abhängt. Darüber gibt Tabelle II bzw. Fig. 4 Aufschluß.

Tabelle II

1. Heizstrom für beide Röhren der Brücke 155 mA:

Gitterstrom der Röhre 10	R_{RG}
$1 \cdot 10^{-14}$ A	59450 Ohm

2. Heizstrom für beide Röhren der Brücke 157,5 mA:

$2 \cdot 10^{-14}$ A	59450 Ohm
$1 \cdot 10^{-14}$ A	43270 Ohm

3. Heizstrom für beide Röhren der Brücke 160 mA:

$7 \cdot 10^{-14}$ A	59450 Ohm
$2 \cdot 10^{-14}$ A	43270 Ohm
$1 \cdot 10^{-14}$ A	29410 Ohm

4. Heizstrom für beide Röhren der Brücke 162,5 mA:

$2 \cdot 10^{-13}$ A	59450 Ohm
$4 \cdot 10^{-14}$ A	43270 Ohm
$1 \cdot 10^{-14}$ A	29410 Ohm

5. Heizstrom für beide Röhren der Brücke 165 mA:

$2{,}2 \cdot 10^{-13}$ A	43270 Ohm
$1{,}2 \cdot 10^{-13}$ A	29410 Ohm

Aus den in Fig. 2–4 niedergelegten Ergebnissen geht somit klar hervor, daß man auf keinen Fall im Temperatursättigungsgebiet arbeiten kann, weil dort für viele Verwendungszwecke der Gitterstrom unzulässig groß wird.

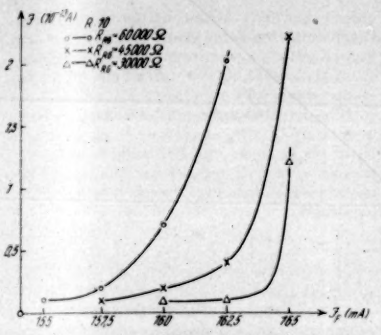


Fig. 4.
$\frac{\partial i_G}{\partial i_F}$ bei verschiedenen Raumladegitterwiderständen.

Dagegen ist es möglich, die Nullpunktsstabilität wesentlich zu erhöhen, d. h. den Gang des Galvanometers stark herabzudrücken, wenn man die Vergleichsröhre in geeigneter Weise durch Wahl des richtigen Vorwiderstandes in der Raumladegitterleitung an die Meßröhre angleicht. Als Arbeitspunkt für die Meßröhre wurde der Punkt (9) – vgl. Fig. 4 – eingehalten. Der Gitterstrom wurde laufend kontrolliert und betrug in allen Fällen $1–2 \cdot 10^{-14}$ A. Beide Röhren werden mit einem Gesamtstrom von 162,5 mA geheizt. Außerdem wurde die Empfindlichkeit der Apparatur fortlaufend bestimmt, sie betrug in allen Fällen 1,8 Skalenteile für 1 mV an unserem Anodenstromgalvanometer der Empfindlichkeit $1{,}18 \cdot 10^{-8}$ A/Skt.

Die Änderungen des Arbeitspunktes der Vergleichsröhre wirkten sich auf die Stabilität in der Weise aus, wie es Tabelle III zeigt.

Tabelle III

R_{gg} in Ohm	Nullpunktswanderung
44050	In 10 Minuten 5 Skalenteile nach links
30017	In 10 ,, 2,5 ,, ,, rechts
35150	In 10 ,, 1 ,, ,, links
34076	In 1 Stunde 2 ,, ,, ,,
33040	In 5 Stunden 3/4 ,, ,, ,,

Zusammenfassung

Die beiden Hauptforderungen, die an eine einwandfreie Elektrometerröhrenapparatur zu stellen sind, nämlich Einhaltung eines möglichst geringen Gitterstromes und eine für die Erzielung einer genügend großen Spannungsempfindlichkeit notwendig große Nullpunktsstabilität lassen sich auf Grund der hier gegebenen Versuche erfüllen, wenn man im richtigen Arbeitspunkt in einer Zweiröhrenanordnung die Vergleichsröhre durch Änderung des Raumladegittervorwiderstandes weitgehend an die Meßröhre angleicht.

Im Hinblick darauf, daß die geschilderten Schwierigkeiten in erster Linie mit der Verschiedenheit der Steuerspannungen gegenüber dem positiven und negativen Heizfadenende zusammenhängen, wird die künftige Weiterentwicklung der Elektrometerröhren am vorteilhaftesten in der Richtung erfolgen, daß die Heizspannung möglichst niedrig gehalten wird, weil in diesem Falle die prozentuale Verschiedenheit der Steuerspannungen relativ geringer wird. Mit Rücksicht auf eine eventuelle Thermoionenemission ist die Forderung nach dem höchstmöglichen Vakuum doppelt begründet.

Dresden, Institut für Elektrochemie und Physikalische Chemie der Technischen Hochschule Dresden.

(Eingegangen 16. Juli 1938)

Bestimmung des Nulleffektes an Zählrohren

Von H. Osterwisch

(Mitteilung aus dem Institut für Höhenstrahlenforschung der Universität Berlin)

Die Reststrahlung von Zählrohren verschiedener Abmessungen wurde im Steinsalzbergwerk unter 1000 m Wasseräquivalent mit einem neuartigen transportablen Gerät gemessen und mit der über Tage beobachteten Stoßzahl der Rohre verglichen. Die Reststrahlung ergibt sich als konstant über den normalen Arbeitsbereich der Rohre hinaus zu $1 \cdot 10^{-4}$ N cm^{-2} sec^{-1} oder zu etwa 1,6 Proz. der mittleren Stoßzahl hinter allseitig 10 cm *Pb* bzw. 0,7 Proz. der ungeschirmten Gesamtstrahlung an der Erdoberfläche. Die Ermöglichung von Anschlußmessungen beliebiger Zählrohre über Tage wird dargelegt.

Über Reststrahlung von Zählrohren liegen bisher neben einer einzigen beiläufigen Angabe[1]) keine systematischen Messungen vor. Die damalige Bestimmung erfolgte zudem an Zählrohren allererster Herstellung. Um absolute Angaben zu gewinnen und die neuen für Ionisationskammern ausgearbeiteten Reinigungsmethoden zur Erzielung niedriger Reststrahlung auch für Zählrohre zu prüfen, wurden vorliegende Bestimmungen veranlaßt. Ferner sollte festgestellt werden, welche Beträge die Reststrahlung prozentual zur Stoßzahl über Tage erreicht.

Die von einem Zählrohr angezeigten Stöße rühren ebenso wie der Strom in Ionisationskammern her von 1. Höhenstrahlung, 2. γ-Strahlen radioaktiver Substanzen der Umgebung und 3. Eigen- bzw. Reststrahlung. Letztere wird also

1) W. Bothe und W. Kolhörster, Zeitschr. f. Phys. **56**, 759, 1929.

erhalten, wenn Höhen- und Umgebungsstrahlung abgeschirmt sind. Ihre Bestimmung an der Erdoberfläche in Panzern bekannter Absorption oder durch andersartige Vergleichsmessungen läßt meist nur Schätzungen zu, da die Messung infolge der Schwankungen der von außen einwirkenden Strahlen mit ihren Sekundären bei der Kleinheit des Nulleffektes zu ungenau wird.

Abschirmung der Umgebungsstrahlung bereitet kaum Schwierigkeiten, zur möglichst weitgehenden Abschirmung der Höhenstrahlung ist man jedoch auf sehr große Tiefen als natürliche Panzer angewiesen. Diese sind durch Wasserversenkmessungen kaum in gewünschtem Ausmaß bequem zu erreichen, zudem bleibt meist ungewiß, ob überhaupt von außen eindringende Strahlung noch wirksam ist. So zeigten sich z. B. Reststrahlungsmessungen Regeners im Bodensee als beeinflußt von der Radioaktivität der Anodenbatterien[1]). Dagegen bieten Bergwerke genügender Tiefe in möglichst inaktiver Umgebung gut kontrollierbare Bedingungen, natürlich sind auch diese erst von Fall zu Fall zu untersuchen.

Vom Institut für Höhenstrahlenforschung werden seit einer Reihe von Jahren Reststrahlungsbestimmungen an Ionisationskammern im Berlepsch-Schacht zu Staßfurt im großen Festsaal 406 m u. M. durchgeführt. Von Höhenstrahlung ist man in dieser Tiefe von 1000 m Wasseräquivalent bis auf Spuren frei, wie Kolhörster 1928 und später wiederholt mittels Zählrohren in Koinzidenzanordnung, die auf Umgebungsstrahlung nicht anspricht, nachweisen konnte[2])[3]).

Die Umgebungsstrahlung dieser im jüngeren Steinsalz liegenden Meßstelle war von vornherein gering zu erwarten. Jedoch ließ sich durch Abpanzern noch weitere Strahlung abschirmen, die als sehr durchdringende Strahlung des Kaliums erkannt wurde und so zur Entdeckung der Kalium-γ-Strahlung führte[4]). Auch die chemische Analyse bestätigte den etwa 0,5 Proz. betragenden Kaligehalt des anstehenden Steinsalzes. Die Kali-γ-Strahlung wird durch 6 cm *Fe*-Panzer auf 7,8 Proz., durch 9 cm *Pb*-Panzer auf 1,5 Proz. abgeschirmt, wie wiederholte Messungen ergaben[1]). Mithin ist die hier wirksame Umgebungsstrahlung genau bekannt, so daß nach Korrektion auf ihren geringen und konstanten Betrag die Reststrahlung exakt bestimmt werden kann.

Für die Messungen, insbesondere im Bergwerk, wurde ein Gerät verwendet, daß vom Verfasser für Gelände- und Freiballonversuche entwickelt worden ist und sich seit Monaten im Betrieb bewährt hat. Fig. 1 zeigt dessen Prinzipschaltbild.

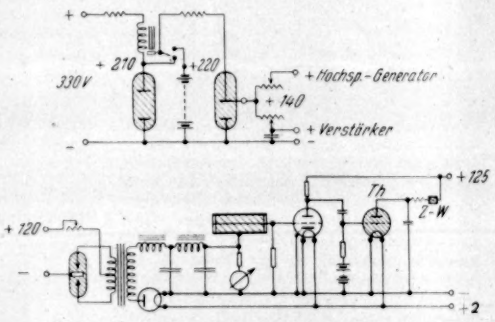


Fig. 1. Schaltbild der Apparatur im Prinzip.

Wesentlich ist der neue Weg der funkenfreien und leistungsfähigen Hochspannungserzeugung bei kleinstem Aufwand mit Hilfe eines Zerhackers[2]). Dieser läßt mit dem Gerät aus 120 Volt Gleichspannung bei einer Stromaufnahme von 14 mA selbst bei hoher Feuchtigkeit der Außenluft eine Konstanz der Hochspannung von $\pm$ 3,5 Volt, d. i. $\pm$ 2,5 Promille bei 1400 Volt erzielen. Die Ausbeute ist so groß, daß ein normales Drehspulinstrument als Voltmeter benutzt werden kann.

Auch der Verstärker ist besonders leistungsfähig, so daß bei einem Zählrohrwiderstand von 0,1 $M\Omega$ die Isolation am Eingang nicht besonders hoch zu sein braucht, und daß bei einer Stoßamplitude von 60 Volt stat. an der Anode des ersten Rohres eine Zeitkonstante $\tau = 4 \cdot 10^{-5}$ sec erzielt wird. Wegen dieser kleinen Zeitkonstante muß zum Betreiben des elektromagnetischen Zählwerkes ein Thyratron verwendet werden. Es wird in einfacher Kippschaltung benutzt[3]), und

1) E. Regener, Zeitschr. f. Phys. **100**, 286 bis 292, 1936.
2) a. a. O.
3) W. Kolhörster, Zeitschr. f. Phys. **88**, 536 bis 549, 1934.
4) W. Kolhörster, Zeitschr. f. Geophys. **6**, 341 bis 357, 1930.

1) H. Schildhauer, Diss. Berlin 1935.
2) Die Sonderanfertigung des „Vibrators" führte die Firma NSF bereitwillig aus, wofür ich auch an dieser Stelle bestens danke.
3) Jäger und Kluge, Zeitschr. f. Instr.-Kunde **52**, 229 bis 232, 1932.

die Angaben werden auf das Auslassen von Stößen in folgender Weise korrigiert: Mit den ungeschirmten Rohren Nr. 49 (44 cm) (Fig. 2) und 65 (90 cm) wurde die exponentielle Beziehung zwischen der Kapazität des Kippkondensators und der gezählten Impulszahl gemessen und damit aus der Kurve auf die Kippzeit o extrapoliert.

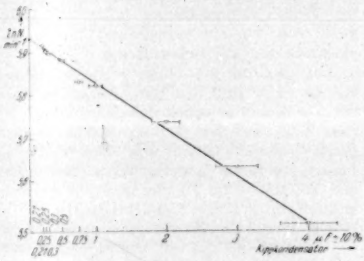


Fig. 2. Gezählte Stoßzahl in Abhängigkeit von der Kapazität des Kippkondensators.

Für den Betrieb wurde der kleinste zulässige Kondensator von 0,25 μF, bei dem das Zählwerk noch sicher ansprach, verwendet. Dann ergibt sich, daß die Stoßzahlen bei diesen Zählrohren um 4 Proz. bzw. 11 Proz. zu erhöhen sind, um die wahre Anzahl der Stöße für die Kippzeit o zu erhalten.

Für ortsfesten Betrieb des Gerätes ist neben der Batteriespeisung auch Netzanschluß vorgesehen. Im Schaltbild Fig. 1 ist das im Schacht benutzte Aggregat angegeben. Es standen dort 330 Volt zur Verfügung. Da mit Schwankungen und zeitweiligem Ausfallen der Spannung wegen des Grubenbetriebes gerechnet werden mußte, wurden 2 Stabilisatoren in Reihe geschaltet und ein Relais vorgesehen, das bei Unterbrechung der Netzspannung Anodenbatterien an den zweiten Stabilisator legte. Durch diese Anordnung wurde eine absolut konstante Betriebsspannung erzielt.

Die Ergebnisse der Messungen unter und über Tage sind in der Tabelle I zusammengestellt. Untersucht wurden Zählrohre aus Stahlrohr von 1 mm Wandstärke üblicher Bauart von den in Spalte 2 der Tabelle I angegebenen Abmessungen.

Dabei wurden jedesmal die Kennlinien der Rohre aufgenommen. Als Beispiel sei Fig. 3 angeführt, in welcher die Kennlinien des Rohres 49 bei Messungen über und unter Tage gezeichnet sind. Danach ist für dieses wie auch die übrigen Rohre die Stoßzahl unter Einwirkung der von außen einfallenden Strahlung im Intervall von 1200–1300 Volt Wandspannung auf 50–90 Volt konstant, die der Reststrahlung auch noch über diesen normalen Arbeitsbereich hinaus.

Die Spalten 3–8 der Tabelle I geben die Schachtmessungen wieder. Zur Abschirmung der oben dargelegten Umgebungsstrahlung diente ein Altbleipanzer.

Die Differenz (Spalte 5) zwischen der frei und hinter allseitig 9 cm *Pb* gemessenen Stoßzahl (Spalten 3 und 4) stellt den absorbierten Anteil (98,5 Proz.) der Kali-γ-Strahlung dar; auf 100 Proz. umgerechnet ergibt die Kali-γ-Strahlung

Tabelle I

1	2		3	4	5	6	7	8	9	10	11
Zählrohr			Stoßzahlen min^{-1} in – 406 m u. M.						Stoßzahlen min^{-1} in + 54 m ü. M. abz. Reststrahlung, 760 mm *Hg* korrigiert		
Nr.	Draht Länge l cm	Rohr Radius r cm	Gezählt frei	Gezählt 9 cm *Pb*	98,5 Proz. K_γ	100 Proz. K_γ	Reststrahlung für ganzes Rohr	Reststrahlung je cm^2	Ungeschirmt über Sandboden	Ungeschirmt über 20 cm *Pb*	In 10 cm *Pb*-Panzer
65	90	2,4	75,9	23,4	52,5	53,3 ± 2,0 Proz.	22,6 ± 2,3 Proz.	0,0167	—	675	—
66	90	2,4	61,2	8,9	52,3	53,1 ± 2,0 „	8,1 ± 4,2 „	060	—	—	—
			Mittel 65–66			53,2 ± 1,4 „					
54	45	2,4	31,5	6,1	25,4	25,8 ± 3,6 „	5,7 ± 6,4 „	084	—	—	—
52	45	2,4	29,5	4,2	25,3	25,7 ± 3,3 „	3,8 ± 7,7 „	056	—	—	—
53	45	2,4	27,6	2,5	25,1	25,5 ± 4,4 „	2,1 ± 8,9 „	031	—	342	—
			Mittel 54–43			25,7 ± 2,1 „					
74	44,7	2,4	28,5	4,5	24,0	24,4 ± 2,6 „	4,1 ± 2,5 „	061	465	332	196
49	44	2,4	27,0	3,4	23,6	24,0 ± 2,7 „	3,0 ± 4,4 „	045	459	328	195
31	45,3	1,4	13,8	5,6	8,2	8,3 ± 4,0 „	5,5 ± 3,8 „	238	—	114	—
25	45	1,4	—	—	—	—	— „	—	—	197	—
36	45	1,4	—	—	—	—	— „	—	—	197	—
							Mittel 66–49	0,0056			

die Stoßzahlen der Spalte 6. In Spalte 7 ist dann die Reststrahlung angeführt. Die statistischen Fehler sind aus der Beobachtungsdauer im Sättigungsbereich der Rohre und der jeweiligen Stoßzahl in Prozenten berechnet. Wenn sie infolge der kleinen Stoßzahlen z. T. noch hoch erscheinen, so entspricht jedoch im Extremfalle bei Rohr 53 dem Fehler von rund 9 Proz. nur der niedrige Betrag von $\pm$ 0,2 Stößen je Minute.

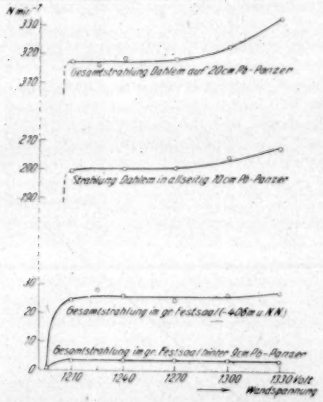


Fig. 3. Kennlinien des Zählrohres Nr. 49.

Wie ersichtlich, stimmen die Stoßzahlen für die K-γ-Strahlung bei Rohren gleicher Größe überein. Der Nulleffekt ist also frei von Umgebungsstrahlen. Er ist auch frei von Höhenstrahlung, wie besondere Koinzidenzmessungen mit den 90-cm-Rohren am Meßort zeigten.

Der Nulleffekt muß daher auf Eigenaktivität der Rohre zurückgeführt werden und wird von radioaktiven Verunreinigungen der Wandungen herrühren.

Zu den Schachtmessungen sei noch angeführt, daß bei den Rohren 49 und 74 die Stoßzahlen gleich nach Einbringen in den Schacht ungefähr 20 Proz. höher als am nächsten und den folgenden Tagen gefunden wurden. Ein solches Verhalten ist bereits mehrere Male auch an Ionisationskammern beobachtet worden. Es könnte durch einen Niederschlag von *Ra-A* oder durch künstliche von Höhenstrahlung hervorgerufene Radioaktivität bedingt sein, was weiter untersucht wird.

Auf den cm² Rohroberfläche umgerechnet, Spalte 8, ergibt sich die Reststrahlung für alle Rohre gleicher Anfertigung im Mittel zu $56 \cdot 10^{-4}$ Stößen je min und cm² oder rund $1 \cdot 10^{-4}$ je sec und cm². Schätzungsweise entspricht diese Intensität höchstens der Wirkung der in der Luft vorhandenen radioaktiven Substanzen. Ein großer Teil der radioaktiven Wandverunreinigungen wird also von der Luft herrühren. Die besonders hohe Reststrahlung der Rohre 31 und 65 fällt auf. Die Rohre 31 und 65 waren noch älterer Anfertigung. Sie sollten zum Vergleich gegenüber den nach neuen Reinigungsverfahren hergestellten übrigen Rohren dienen. In der Tat zeigen diese letzteren sehr geringe und übereinstimmende Beträge der Reststrahlung.

Die Stoßzahl über Tage wurde in Dahlem (+ 54 m ü. M.) mit dem gleichen Gerät gemessen. Die Rohre befanden sich dabei in horizontaler Lage auf dem konventionellen Bezugspunkt des Laboratoriums über einem 20 cm *Pb*-Panzer. Die Rohre 74 und 49 wurden auch innerhalb allseitig 10 cm *Pb* oder im Freien gänzlich ungeschirmt auf Sandbodon beobachtet.

Die Werte wurden auf Stoßzahldefizit, wie oben angegeben, und auf Barometereffekt der Höhenstrahlung korrigiert. Für diesen ergab Zählrohr 74 aus einer Korrelationsrechnung über 50 Beobachtungspunkte zu je 30 min auf dem 20 cm *Pb*-Panzer zwischen 739 und 770 mm *Hg*, $BE = 4{,}3$ Proz. cm^{-1} *Hg*, Zählrohr 49 aus einigen weiteren Messungen denselben Betrag.

Die so erhaltenen Stoßzahlen sind in den Spalten 9, 10 und 11 der Tabelle I angeführt. Für den Anteil der Reststrahlung in Prozenten dieser Stoßzahlen ergeben sich im Mittel folgende Beträge:

Entsprechend Spalten	9	10	11
für Rohre 66–49 . .	0,7	1,0	1,6 Proz.
für Rohr 31	3,4	4,8	7,9 „

Die Reststrahlung der Rohre 66–49 ist demnach praktisch ohne Bedeutung.

Beim Bau von Zählrohren mit Metallwandungen ist daher gründliche Reinigung der Innenwand ausschlaggebend, dann wird die Reststrahlung so gering, wie sie bei Rohren mit Glasmantel wegen der Aktivität des Glases kaum zu erreichen sein dürfte.

Die Ergebnisse gestatten, die Reststrahlung auch für Rohre anderer Anfertigung zu ermitteln, indem man sie gleichzeitig mit den Normalrohren im Panzer mißt. Bei abweichenden Abmessungen ist noch zu prüfen, wie weit die verschiedenen Rohre aufeinander beziehbar sind. Die Übersicht gibt Tabelle II.

Aus der Tabelle ersieht man, daß für die Rohre mit den Durchmessern 4,8 und 2,8 cm das Verhältnis Stoßzahl zu Länge mal Durchmesser auf $\pm$ 0,09 Proz. übereinstimmt, während es für Stoßzahl zur Länge bzw. zum Volumen beinahe 1:2 beträgt.

Tabelle II

1		2	3	4	5	6
Nr.	l	F	Stoßzahl über 20cm *Pb*-Panzer	$\frac{N}{l}$	$\frac{N}{2rl}$	$\frac{N}{\pi r^2 l}$
65	90	2,4	675	7,500	1,563	0,415
53	45	2,4	342	7,600	1,584	0,450
74	44,7	2,4	332	7,430	1,548	0,411
49	44	2,4	328	7,458	1,555	0,413
			Mittel 65–49	7,497	1,562	0,422
25	45	1,4	197	4,380	1,564	0,711
36	45	1,4	197	4,380	1,564	0,711
31	26,3	1,4	114	4,338	1,549	0,705
			Mittel 25–31	4,366	1,559	0,709

Demnach besteht zwischen Stoßzahl und der Fläche Proportionalität.

Bei den Messungen der K-γ-Strahlung im Schacht erscheint in Tabelle I Spalte 6 diese Proportionalität weniger gut erfüllt. Die Abweichung ist zwar klein (3,5 Proz.), kann jedoch bei der geringen Streuung der Einzelwerte der Rohre 90 cm und 45 cm kaum auf Meßfehler zurückgeführt werden. Bei den hier isotrop einfallenden Strahlen läßt sie sich durch Berücksichtigung der Deckelflächen korrigieren, so daß ganz allgemein Zählrohre beliebiger Abmessungen durch das Verhältnis $\frac{N}{2rl} = \text{const.}$ aufeinander beziehbar sind.

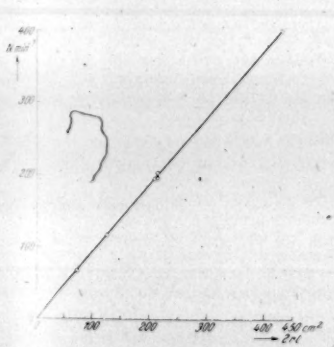


Fig. 4. Stoßzahl in 10 cm *Pb*-Panzer in Abhängigkeit von den Abmessungen der Zählrohre.

Für Vergleichsmessungen an Orten, wo die Umgebungsstrahlung nicht bekannt ist, müssen die Zählrohre in einem Panzer von allseitig 10 cm Altblei beobachtet werden. Für die dann vorhandene Strahlungsintensität gibt Fig. 4 die Beziehung zwischen Stoßzahl und Fläche.

Für Anregung und Ermöglichung der Messungen bin ich Herrn Prof. Dr. W. Kolhörster zu großem Dank verpflichtet. Ferner sei auch an dieser Stelle dem Wissenschaftlichen Ausschuß für Freiballonfahrten, der die Mittel zum Bau der Apparatur bereitgestellt hatte, gedankt, ebenso der Verwaltung und den Beamten des Berlepsch-Schachtes zu Staßfurt.

Berlin-Dahlem, im Juli 1938.

(*Eingegangen 27. Juli 1938.*)

Ramanspektren der ClO'-, ClO_2'- und BO_3'''-Ionen

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Th. G. Kujumzelis.

Bei einer Untersuchung über die Struktur der Wasserbanden in verschiedenen Elektrolytlösungen, deren Ergebnisse später an anderer Stelle mitgeteilt werden, wurden auch die gesättigten Lösungen von $NaClO$ (Kahlbaum) und H_3BO_3 (Merck) aufgenommen. Beide Substanzen sind in der Literatur[1]) nicht erwähnt, offenbar weil die Ramanaufnahme auf viele Schwierigkeiten stößt.

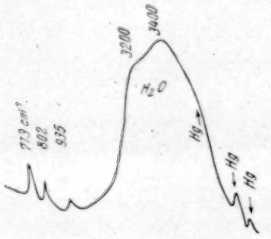
a) $NaClO$. Die staubfreie Lösung zeigt bei der Belichtung mit der Hg-Lampe (Zeiß-Raman-Spiegelellipse) eine gelbliche Farbe; es entweichen kleine Gasbläschen (O_2), die sich in dem oberen Teil des Rohres ansammeln und durch starke Reflexe die Aufnahme erschweren. Mittels eines lichtstarken Spektrographen (Steinheil F : 3,6), mit geeigneter Spaltbreite, Abblendung, Entfernung von Bläschen usw. konnten wir auf unseren Platten ein klares untergrundfreies Spektrum — die gelbe Färbung wirkte dabei als Filter — aufnehmen.

Man sieht neben den Wasserbanden (Figur), die von 4047 Å erregt sind, eine scharfe Linie $713 \pm 3\ \text{cm}^{-1}$, die der theoretisch zu erwartenden einfachen Schwingung $Cl \leftrightarrow O$ entspricht. Diese Frequenz stimmt mit der vom Ramanspektrum des Methylchlorids[2]) bekannten $Cl \leftrightarrow CH_3$-Linie $710\ \text{cm}^{-1}$ überein und ergibt eine analoge mittlere rücktreibende Kraft von $\sim K \cdot 10^4 = 1{,}5$ dyn/cm. Diese Ähnlichkeiten sprechen für vergleichbare Elektronenbindungen in den beiden Substanzen, nämlich $Na^+ : \ddot{Cl} : \ddot{O} :$ und $: \ddot{Cl} : \overset{\overset{H}{|}}{\underset{\underset{H}{|}}{\ddot{C}}} : H$.

1) Landolt-Börnstein, Phys. Tabellen, Erg.-Bd. IIIb, 1935/36.

2) K. W. F. Kohlrausch, D.S.R.-Effekt, 154.

Nach 5 Monaten untersuchten wir nochmals die gleiche Lösung von $NaClO$, um das inzwischen eventuell gebildete[1]) ClO_3-Ion nachweisen zu können. Tatsächlich erhielten wir drei Linien (s. Figur) mit den Frequenzen 713, 802 ± 5 und 935 ± 8 cm^{-1}. Da die starke Pulsationsfrequenz des ClO_3'-Ions die gleiche Frequenz wie diese letzte Schwingung hat, kann man auf die Anwesenheit des Chlorations schließen.



Ramanspektrum von gealtertem $NaClO$.

Es erhebt sich aber die Frage über die Zuordnung der 802-Linie. Wir dachten sofort an die Zwischenstufe der Oxydation, an das $Cl_2'O$-Ion bzw. an die durch Hydrolyse gebildete Hypochloritsäure.

b) ClO_2. Von Prof. Erich Schmidt — wir danken ihm herzlichst dafür — erhielten wir eine Lösung des ClO_2-Gases. Trotz der für Ramanaufnahmen recht kleinen Konzentration von nur etwa 0,25 Proz. und der gelblichen Farbe der Lösung gelang es uns, ein absolut klares und untergrundfreies Spektrum aufzunehmen, in dem man nur eine scharfe Linie mit 935 ± 8 cm^{-1} erkennt. Bei der Belichtung wird langsam die Lösung heller; und endlich bekommt man eine farblose Flüssigkeit, deren Ramanaufnahme nur die H_2O-Banden auf stärkerem kontinuierlichen Grund zeigt. Diese Untersuchung führt zum Schluß, daß diese Linie, die innerhalb der Genauigkeit von ± 8 cm^{-1} mit den Hauptlinien von ClO_3' und ClO_4' zusammenfällt, der Pulsationsfrequenz des als gewinkelt bekannten ClO_2-Moleküls entspricht. (Ultrarot-aktiv ~ 10,5 μ.)

Wir nahmen weiter das Ramanspektrum der durch Einwirkung von $NaOH$ auf die Lösung des Chordioxyds entstandenen Lösung von $NaClO_2 + NaClO_3$ in äquivalenten Mengen auf. Trotz des starken Untergrundes erkennt man sicher zwei sehr schwache Linien im Bereich von 802 und 935 cm^{-1}. Da die Konzentration jedes Ions viel kleiner ist als 0,25 Proz. und verschiedene Aufnahmen stets diese zwei Linien ergeben, kann man mit einer gewissen Sicherheit behaupten, daß die 802-Linie dem ClO_2'-Ion gehört. Einen analogen Fall findet man bei der SO_3-Gruppe, die als Schwefeltrioxyd (starke Linie 1068) und als Sulfition (starke Linie 980) vorhanden sein kann; auch hier ist die Frequenz des Ions SO_3 kleiner als die des neutralen Oxyds SO_3.

c) H_3BO_3. Die Lösung (~ 5 Proz., Merck zur Analyse bzw. vom einfachen Drogerieprodukt) zeigt einen starken kontinuierlichen Grund. Auf der gefilterten Aufnahme (Hg-Linie 4359 Å-Filter C; Zeiß-Raman-Spiegelellipse) tritt eine mittelstarke Linie 878 cm^{-1} und Spuren von Linien um (400, 500) und (1400 cm^{-1}) auf. Wenn man die Frequenz 878 als Pulsation des schwerpunktbesetzten gleichseitigen ebenen BO_3-Dreiecks annimmt, so stimmt die beobachtete Linie in keiner Weise mit der berechneten Frequenz (~ 1100) überein, die sich aus der Extrapolation der Pulsationsfrequenzen der Ionen CO_3'', NO_3', ClO_3' usw. ergäbe.

Diese Linie scheint gleichen Ursprungs wie die 808-Frequenz des Borsäureanhydrids. Ob die 878 cm^{-1} einer $B \rightarrow O$-Schwingung unter Berücksichtigung anderer Kräfteverteilung entspricht oder nur von dem Dreieck der O-Atome hervorgerufen ist, wird vielleicht in Zusammenhang mit den Borgläserfrequenzen zu diskutieren sein.

Der Verfasser dankt bestens dem Deutschen Akad. Austauschdienste, dem Mitteleurop. Wirtschaftstage und der Universität Athen für die Ermöglichung seines Aufenthaltes in München, sowie Herrn Prof. Dr. Gerlach für die Erlaubnis zur Ausführung dieser Untersuchungen im Münchner Institut.

München, Physikalisches Institut der Universität, Juni 1938.

(Eingegangen 30. Juni 1938.)

Über das von der Aureole des Kohle-Lichtbogens emittierte sogenannte Borsäurekontinuum

Von W. Finkelnburg und H. Hess

Die Aureole jedes in einer sauerstoffhaltigen Atmosphäre mit nicht zu großer Stromstärke betriebenen Kohlelichtbogens zeigt einen grünen Saum, dessen Spektrum ein von λ 6800 bis 3700 Å reichendes welliges Kontinuum ist und seine größte Intensität im Grün besitzt[1]). Tabelle I

1) Gmelins Handb. d. anorg. Chemie. Elemente Cl; Na.

1) Vgl. W. Finkelnburg, Kontinuierliche Spektren, S. 291, Berlin 1938; ältere Literatur bei H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Bd. V, S. 135, 1910.

gibt die Wellenlängen und Wellenzahlen der einzelnen Maxima, und zwar Mittelwerte verschiedener Beobachter. Das langwelligste Maximum wurde von uns neu gefunden; die intensivsten, die grüne Farbe des Leuchtens bestimmenden Maxima sind fettgedruckt. Das Spektrum tritt, wie besonders Walles[1]) festgestellt hat, im Bogen nur in sauerstoffhaltiger Atmosphäre (Luft, O_2 und CO_2), nicht dagegen in Stickstoff und Wasserstoff auf. Das gleiche Spektrum erhält man in der Borätherflamme sowie in jeder andern, mit Borsäure beschickten Flamme; es wird deshalb meist als „Borsäurespektrum" bezeichnet. Daß die Emission rein kontinuierlich ist, zeigte Scheib[2]) durch Untersuchung am großen Gitter; überlagert erscheinen dem Spektrum die BO-Banden.

Tabelle I
Mittelwerte der Maxima des Borsäurespektrums

λ in Å	ν in cm^{-1}	λ in Å	ν in cm^{-1}
6810	14680	4920	20320
6400	15621	4710	21226
6200	16125	4529	22074
6025	16593	4365	22903
5800	17237	4190	23860
5724?	17465	4075	24533
5480	18243	3894?	25673
5180	19300	3768?	26532

Die Frage nach dem Träger dieses viel beobachteten Kontinuums schien uns der Untersuchung wert, zumal nachdem Walles vor einigen Jahren seine Emission dem Ozonmolekül O_3 zugeschrieben hatte. Die wesentlichsten Stützen seiner Deutung sah er dabei in der angenäherten Übereinstimmung einiger der Emissionsmaxima mit einigen der diffusen, nur in Absorption beobachteten sog. Chappuis-Banden des Ozons[3]), sowie in der schon erwähnten Tatsache, daß das Borsäurekontinuum nur in sauerstoffhaltiger Atmosphäre auftritt.

Wirklich stichhaltige Argumente zugunsten seiner Deutung führt Walles nicht an, obwohl er sie als durchaus gesichert hinstellt. Aber die Übereinstimmung einiger sehr diffuser, von Walles selbst z. T. nur auf $\pm$ 15 Å genau angegebener Maxima kann kaum als Beweis für seine Deutung angesehen werden. Und dem naheliegenden Einwand, daß bei Richtigkeit seiner Deutung ein solches Ozon-Emissionsspektrum dann doch auch in anderen Flammen und Bogenentladungen auftreten müßte, kann Walles nur durch ad hoc gemachte Annahmen begegnen. Da die Chappuisbanden des Ozons nämlich als Prädissoziationsbanden gedeutet werden, sollen in gewöhnlichen Flammen und Bogenentladungen die angeregten Ozonmoleküle, deren Existenzwahrscheinlichkeit überhaupt nicht diskutiert wird, zum größten Teil vor der Emission strahlungslos zerfallen. Die Deutung der Emission in den borhaltigen Lichtquellen aber erledigt Walles durch den einen Satz: „Es ist nun möglich, daß in der Borsäureflamme, durch einen Stoß, woran das Molekül einer Borverbindung beteiligt ist, sich Ozon in dem betreffenden prädissoziierten Zustand sehr leicht bildet und so eine merkliche Strahlung möglich wird." Eine derartig unbestimmte Vermutung und die Übereinstimmung der Wellenlängen einiger diffuser Maxima wird man aber kaum als Grundlage für die Deutung des Borsäurekontinuums als Emissionsspektrum des Ozonmoleküls anerkennen können.

Die obige Behauptung läßt sich aber experimentell prüfen. Walles nimmt nämlich an, daß das Kontinuum mit geringer Intensität in Flammen und Bogen auch ohne Anwesenheit von Borverbindungen beobachtbar sein müßte. Wir haben deshalb zur Entscheidung der Frage die folgenden Versuche angestellt:

1. Es wurden unter sonst gleichen Bedingungen Aufnahmen gemacht von der Aureole des Bogens zwischen gewöhnlichen Homogenkohlen und zwischen solchen, die uns als für spektroskopische Zwecke möglichst weitgehend gereinigt freundlicherweise von der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung in Berlin zur Verfügung gestellt wurden[1]). Da auch auf den Aufnahmen mit diesen gereinigten Kohlen das Borsäurekontinuum, wenn auch mit wesentlich geringerer Intensität, auftrat, wurde im Spektrum der gewöhnlichen wie der gereinigten Kohlen auch die Intensität der Borlinien λ 2497/2498 Å festgestellt. Es ergab sich, daß das geschätzte Intensitätsverhältnis auf den Aufnahmen mit gewöhnlichen und mit den gereinigten Kohlen bei den Linien das gleiche war wie beim Kontinuum.
2. Entscheidend aber scheint uns das Ergebnis von Versuchen mit einem Metallbogen zu sein. Aufnahmen eines Bogens zwischen reinen Zinkelektroden ergaben nämlich auch bei Überbelichtung keine Spur des Kontinuums. Dieses trat dagegen sofort mit großer Intensität auf, wenn Borsäure oder amorphes Bor in den Zinkbogen eingeführt wurde. Aus diesem Versuch folgen unseres Erachtens drei Dinge. Erstens ist die Anwesenheit von Bor

1) E. Walles, Zeitschr. f. Phys. **80**, 267, 1933.
2) W. Scheib, Zeitschr. f. Phys. **60**, 74, 1930.
3) Vgl. O. R. Wulf, Proc. Nat. Acad. Amer. **16**, 507, 1930.

1) Wir sprechen der Studiengesellschaft dafür auch an dieser Stelle unseren verbindlichen Dank aus.

Vorbedingung für die Emission des Kontinuums. Zweitens ist erwiesen, daß der Kohlenstoff ebenso wie die sonstigen Verunreinigungen der Kohlen außer Bor an der Emission des Borsäurekontinuums in keiner Weise beteiligt sind. Schließlich zeigt der Versuch, daß nicht die Anwesenheit von Borsäure erforderlich ist, sondern die des Elements Bor in irgendeiner Form, daß der Name „Borsäurekontinuum" also als nur historisch begründet anzusehen ist.

Es scheint damit experimentell erwiesen, daß das sog. Borsäurespektrum emittiert wird, wenn Bor und Sauerstoff in Flammen oder in der Aureole von Lichtbögen zusammenkommen, und wir schreiben das Kontinuum folglich unter Ablehnung der Deutung von Walles einer Bor-Sauerstoff-Verbindung zu. Weitergehende Schlüsse auf die Zuordnung des Spektrums zu einem bestimmten Molekül erscheinen zur Zeit nicht möglich, da die diffusen Maxima keine eindeutige Analyse ermöglichen und unsere theoretische Kenntnis der für die verschiedenen Bor-Sauerstoff-Verbindungen zu erwartenden Molekülzustände noch unzureichend ist.

Herrn Prof. Dr. H. Rau, in dessen Institut diese Untersuchung ausgeführt wurde, danken wir für sein Interesse und die Bereitstellung der erforderlichen Mittel.

Darmstadt, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, Juli 1938.

(Eingegangen 29. Juli 1938)

BESPRECHUNGEN

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten

R. Feldtkeller, Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik. Gr.-8°. 142 S. Mit 85 Abb. Leipzig 1937. S. Hirzel. Brosch. RM 8.80, geb. RM 10.—.

Der behandelte Stoff teilt sich auf in 1. Grundlagen, 2. lineare symmetrische Vierpole, 3. symmetrische verlustfreie Vierpole, 4. lineare unsymmetrische Vierpole, 5. allgemeine Theorie der linearen Vierpole, 6. Matrizen einfacher Netzwerke.

Die Grundbegriffe der Vierpoltheorie wie Wellenwiderstand, Wellenübertragung leiten die Behandlung der symmetrischen linearen Vierpole ein. Nach der Erledigung der Frage beliebigen Vierpolabschlusses und seines Einflusses auf den Eingangsscheinwiderstand wird die geometrische Veranschaulichung auf der Grundlage der Konformität der Abbildung herangezogen. So gewinnen die bei beliebigem Vierpolabschluß gültigen Betriebsverhältnisse unmittelbare Anschaulichkeit. Eine Tabelle der von Fall zu Fall rechnerisch zweckmäßigen Kennwertpaare des Vierpols leitet über zu den drei Elementarersatzschaltungen T, Π, X; deren wissenswerte Betriebsverhältnisse sind ebenfalls tabellarisch erfaßt.

Die symmetrischen Vierpole ohne Ohmsche Verluste ergeben sich als formale Vereinfachungen der bisher abgeleiteten Formeln, sie werden wegen ihrer physikalischen Wichtigkeit in Extrapolation besonders behandelt.

Als lineare unsymmetrische Vierpole gelten die durch eine T-Schaltung reproduzierbaren, Verstärkerröhren mit nicht umkehrbarer innerer Quelle fallen aus diesem Schema heraus. Die jetzt jeweilig doppelt auftretenden charakteristischen Widerstände sind kurz abgeleitet.

Auf der Basis des Matrixkalküls werden in allgemeiner Weise die linearen Vierpole charakterisiert. Auf dieser formal knappen Methode fußt die Möglichkeit, durch Produkt- bzw. Summenbildung von Hauptmatrizen einfachere Vierpole zu komplizierteren zusammenzufassen und rechnerisch darzustellen. Die Matrixelemente sind jeweilig physikalisch erfaßbare Widerstände bzw. Leitwerte. In eleganter Weise werden z. B. aus den allgemeinen Grundformeln die Leitungsgleichungen erhalten, indem als zusammengehöriges Kennwertpaar Wellenwiderstand und Wellenübertragung gewählt werden.

Die in der vorliegenden denkbar knappen Darstellung einer Vierpoltheorie gewählten Methoden, z. B. des funktionentheoretischen Abbildungsverfahrens und des Matrixkalküls sind dem Physiker geläufig. Wichtig scheint mir, daß der in der Einleitung gegebene Leitfaden der Beschränkung auf physikalisch sinnvolle Vorgänge insofern glücklich eingehalten ist, als bei jeder Gelegenheit auf die physikalische Bedeutung der knapp und elegant gewonnenen Ergebnisse hingewiesen wird.

O. Lange

Abhandlungen der Friesschen Schule. Neue Folge. Bd. VI. Heft 3 u. 4. 240 S. Berlin 1937. Verlag „Öffentliches Leben". Brosch. RM 7.50.

Die zweite Hälfte des 6. Bandes dieser als wissenschaftlich recht solid bekannten Zeitschrift enthält vier verschiedene Abhandlungen. Den Anfang macht P. Bernays mit einigen „grundsätzlichen Betrachtungen zur Erkenntnistheorie", in denen die programmatische Forderung gestellt wird, den erkenntnistheoretischen Ansatz der Vernunftkritik Kants im Sinne eines historischen Strukturwandels des reinen Apriori fortzuentwickeln.

Die nächste Abhandlung enthält eine abgerevierte Strukturanalyse des quantenmechanischen Formalismus durch A. Kratzer unter dem Titel „Wissenschaftstheoretische Betrachtungen zur

Atomphysik". Kratzer stellt sich die Aufgabe, zu untersuchen, ob nicht die Beobachtungsdaten der Atomphysik in einer solchen Weise an den quantentheoretischen Formalismus angeknüpft werden können, daß die durch die Anwendung makroskopischer Versuchsanordnungen auf atomare Vorgänge entstehenden Paradoxien einwandfrei aufzulösen sind.

Als dritter Beitrag folgt ein umfangreicher Aufsatz von Grete Hermann: „Über die Grundlagen physikalischer Aussagen in den älteren und den modernen Theorien." Dem Physiker, dem seine Spezialarbeit nur wenig Gelegenheit zum Überblick über die augenblickliche wissenschaftsgeschichtliche Erkenntnislage seines Faches gibt, kann diese Darstellung zwecks schneller (und doch gründlicher) Orientierung nur wärmstens empfohlen werden. Sehr richtig setzt die Verfasserin den Beginn der Revision des klassischen Naturbildes schon bei Maxwell an und führt diese von dort über Einstein zur Quantenmechanik. Die Exposition der inneren Entwicklungslinie des physikalischen Denkens in den letzten Jahrzehnten ist dabei ausgezeichnet gelungen.

Der Band schließt mit der Veröffentlichung eines Logikers. „Die Wissenschaftslehre Bolzanos" heißt die Betrachtung, die Heinrich Scholz hier der Öffentlichkeit übergibt. Diese sich als anspruchslose philosophiegeschichtliche Reminiszenz gebende Erörterung ist in Wirklichkeit der gewichtigste und tiefste Beitrag des ganzen Bandes. Und es ist dringend zu wünschen, daß sie auch im naturwissenschaftlichen Lager gelesen wird — die Flüssigkeit und temperamentvolle Eleganz der Darstellung macht sie leicht lesbar —, weil auch der in logischen Problemen Unbewanderte aus ihr den unverwischbaren Eindruck gewinnt, daß die Logik eben im Begriff steht, sich ein neues Denkniveau zu erobern, das der aristotelisch-klassischen Logik ganz unvergleichlich überlegen ist. Die außerordentlichen Schwierigkeiten und Widersprüche, in die die Physik der Gegenwart allmählich geraten ist, haben unseres Erachtens ihren tiefsten Grund darin, daß sowohl Relativitätstheorie als auch Quantenmechanik mit logischen Schemata interpretiert werden, die der alten klassischen Logik entnommen sind und die keinesfalls mehr zureichen können, nachdem Mathematik und Naturwissenschaften eine begriffliche Ebene erreicht haben, deren Allgemeinheit weit über der Allgemeinheit des abstrakten Formalismus liegt, der in der traditionellen Logik entwickelt wird.

Der Raum verbietet es leider, im Detail auf die höchst wertvollen Untersuchungen der Bolzano-Abhandlung einzugehen, von denen sicher die Analyse des Unterschiedes zwischen Ableitbarkeits- und Folgebeziehung dem Physiker ein spezielles Interesse abgewinnen könnte. Jedenfalls aber dürfte die ganz ausgezeichnete Arbeit geeignet sein, dem Naturwissenschaftler eine starke Empfindung davon zu geben, daß heute eine neue wissenschaftliche Philosophie im Werden ist, die in Kürze imstande sein mag, ihn in der Aufklärung der durch die Relativitätstheorie und Quantenlehre entstandenen Schwierigkeit wirkungsvoll zu unterstützen. —

Ein „Verzeichnis aller im Druck erschienenen Schriften und Aufsätze von Jakob Friedrich Fries" und ein brauchbares Register schließt den Band, der mit gutem Gewissen empfohlen werden kann.

G. Günther

E. Justi, Spezifische Wärme, Enthalpie, Entropie und Dissoziation technischer Gase. Gr.-8°. VI u. 157 S. Mit 43 Abb. im Text und 116 Tabellen. Berlin 1938. Julius Springer. Geh. 18.—, geb. RM 19.80.

Die Aufgabe, der sich Verfasser unterzogen hat, ist eine äußerst dankenswerte, aber auch eine recht schwere. Das, was in dem Buch geboten wird, ist zur Zeit für die Technik, insbesondere für den Bau von Dampfmaschinen, Verbrennungsmotoren, Feuerungsanlagen u. dgl. von größter Wichtigkeit. Es ist bis jetzt keine zusammenfassende Darstellung des Buchinhaltes vorhanden. Dies kann auch nicht wundernehmen, da ein wesentlicher Teil des Inhaltes, insbesondere die Ausnutzung der spektroskopischen Messungen für die Berechnung der spezifischen Wärme der technisch wichtigen Gase auf neueren Arbeiten beruht.

Verfasser weist auch mit Recht darauf hin, daß das Buch ein sehr gutes Beispiel dafür ist, daß reine Forschungsarbeiten und sogar rein theoretische Arbeiten wenige Jahre nach ihrer Durchführung wider alles Erwarten für die Technik von allergrößter Wichtigkeit werden können. Durch die Anwendung der Theorie sind sehr umfangreiche, zum Teil vielleicht sogar unmögliche experimentelle Arbeiten über die spezifische Wärme der Gase u. dgl. unnötig geworden.

Eine Vorstellung von den verschiedenen in dem Buch behandelten Dingen mag die Aufzählung des wesentlichsten Inhaltes geben: Nach einem I., einleitenden Teil über Maßsysteme und allgemeine Thermodynamik werden in einem II. Teil die verschiedenen Zustandsgleichungen und die Beziehungen zwischen den kalorischen Größen und den in der gewöhnlichen Zustandsgleichung vorkommenden Zustandsgrößen behandelt. Hierbei werden die allgemeinen Darlegungen an zahlreichen Gasen und Gasgemischen erläutert. Der III. Teil betrifft die moderne Verwendung der Zustandssumme und der Energiequanten sowie der spektroskopischen Messungen zur Bestimmung der Entropie, der Enthalpie und der spezifischen Wärme der verschiedenen Gase. Die Zahl der behandelten Gase ist dabei eine sehr große. In einem IV. Teil wird der Einfluß der Dissoziation auf Grund statistischer und anderer Betrachtungen untersucht. Ein V. Teil gibt Tabellen, die sich auf die Entropie, Enthalpie, Heizwert und spezifische Wärme der wesentlichen für die Technik in Betracht kommenden Gase beziehen. Auch Dämpfe sind dabei teilweise mit behandelt. Namen- und Sachverzeichnis sind nicht vergessen.

Aus diesen Angaben über den Inhalt dürfte hervorgehen, daß das Buch auch für den Physiker viel Interessantes bietet.

Wenn einleitend gesagt wurde, die Aufgabe des Verfassers sei nicht nur eine dankenswerte, sondern auch eine recht schwere, so liegt darin schon, daß sie in der ersten Auflage nicht fehlerlos gelöst werden kann. Beim aufmerksamen Lesen des Buches entdeckt der Spezialist einige Schiefheiten, kleine Unstimmigkeiten und Fehlendes. Man muß aber zweifellos in diesem Falle sagen: Das Beste ist der Feind des Guten. Es ist besser, daß dieses wichtige Buch da ist, als daß es durch erhebliche Vergrößerung der Arbeit und dementsprechend starke Verzögerung zu einem restlos zu lobenden geworden wäre. Das Buch wird, wie ich nicht bezweifle, so starken Anklang finden, daß der Verfasser in nicht zu langer Zeit bei einer zweiten Auflage Gelegenheit haben wird, alle noch übrigbleibenden Wünsche zu befriedigen.

W. Meißner

Kurt Lipfert, Das Fernsehen, eine allgemeinverständliche Darstellung des neuesten Standes der Fernsehtechnik. 115 S. u. 71 Abb. München-Berlin 1938. J. F. Lehmanns Verlag. Geh. RM 2,80; geb. RM 3,80.

Das vorliegende Büchlein stellt eine sehr hübsche Einführung in die Prinzipien der Fernsehtechnik dar. Seitdem die Rundfunktechnik eine im wesentlichen abgeschlossene Entwicklung erreicht hat, hat sich das Interesse weiter Kreise diesem neuen, interessanten Gebiet zugewandt. Die vorliegende Darstellung gibt eine gute Übersicht über das, was bis jetzt erreicht wurde, wobei sich der Verfasser allerdings ausschließlich auf die deutschen Konstruktionen beschränkt. Mit ein paar Stichworten sei ein Überblick über den Inhalt gegeben: Der erste Teil behandelt die Prinzipien der Sendetechnik, mechanische und elektrische Bildzerlegung, Verstärkung, Photozelle, Synchronisierung, Zeilensprungverfahren usw. Der zweite Teil ist dem Bildempfänger gewidmet und bringt Schaltung des Empfängers, Wirkungsweise der Braunschen Röhre u. a. m. Den Schluß bildet eine kurze Schilderung des Fernsehbetriebes der Reichspost.

Die Darstellung ist wohl jedem, der sich etwas mit den Prinzipien der Rundfunktechnik befaßt hat, ohne weiteres verständlich. Besonderes Lob gebührt der Ausstattung des Bändchens mit zahlreichen Schaltskizzen und Bildern. H. Spengler

G. Mönch, Vakuumtechnik im Laboratorium. Glas u. Apparat; als 3. Band der Glasinstrumentenkunde. Gr. (15,7×23,2 cm²). IX u. 218 S. Mit 201 Fig. Weimar 1937. R. Wagner Sohn. RM 15.—.

Behandelt werden im ersten Kapitel die Werkstoffe (Glas, Porzellan, Metalle sowie deren Verschmelzmöglichkeit, Dichtungsstoffe), im zweiten Kapitel die Pumpanlage (Schliffe, Hähne, Pumpen, Manometer, Kühl- und Trockengefäße, Klammern und Stative, Pumpenaufbau, Pumpaggregate, Übergang: Pumpe–Versuchsrohr, Sicherheitsvorrichtungen für Pumpanlagen), im dritten das Versuchsgefäß (allgemeine Regeln, Fenster, Wände, Schirme, Drossel, Ventile, bewegliche Zuführungen, elektrische und magnetische Felder, Temperaturänderungen, verschiedene Vakuumgefäße) und im letzten Kapitel Betrieb und Behandlung der Anlage (darunter Herstellung des Vakuums und glastechnische Handgriffe).

So ist all das, was der Vakuumtechniker von seiner Apparatur wissen muß (auch über Erzeugung und Messung), sorgfältig zusammengetragen; in einer Fülle von Beispielen sind die verschiedenen Arten einzelner Apparateteile gezeigt und beschrieben worden. Ausführlich ist das Schrifttum berücksichtigt und mitgeteilt. Da nur an zwei Stellen (bei der Behandlung des MacLeodschen Vakuummeters und der Sauggeschwindigkeit von Pumpen) einige Formeln abgeleitet werden, andererseits in praktischen Fragen vielseitige Anregungen gegeben sind, wendet sich das Buch an einen weiten Leserkreis. H. Ebert

Wilhelm H. Westphal, Physikalisches Praktikum. 8°. VIII u. 335 S. Mit 101 Abb. u. 6 graphischen Tafeln. Braunschweig 1938. Friedr. Vieweg & Sohn. Geh. RM 8.—, geb. RM 9.60.

Es sind 40 Aufgaben, deren Mehrzahl „zum eisernen Bestand jedes Praktikums gehört", als Musterbeispiele ausgewählt. Bei ihrer Bearbeitung durch den Studenten wird noch vorausgesetzt, daß die Besprechung der Aufgaben in einer besonderen zweistündigen Vorlesung erfolgt. Trotzdem „kann und soll das Buch den Assistenten nicht ersetzen". Bei jeder Aufgabe werden „die theoretischen und meßtechnischen Grundlagen gründlich erläutert", und fast immer ist eine Fehlerrechnung durchgeführt. Diese planmäßige Erziehung der Studierenden zur Feststellung des dem Ergebnis anhaftenden Fehlers finde ich sehr erfreulich. Hier herrscht sonst meist völlige Unklarheit.

Wo die Physik wirklich nur Nebenfach ist und im späteren Beruf keine physikalischen Messungen vorkommen, wo Gegenstände wie Analysenwaage, Geißlerröhre und Fettfleckphotometer noch besonders abgebildet und beschrieben werden müssen, also nicht etwa für Chemiker, wird dieses Buch vielleicht „das Praktikumsbuch" sein können. Wo aber der Kohlrausch unentbehrlich ist, wird der Student meist doch auf weitere Anschaffungen verzichten wollen. Mobius

NACHRICHTEN

Vom 18.–21. September 1938 findet in Stuttgart die **95. Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte** statt.

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Dr. Paul Eckert für technische Chemie, an der Universität Jena Dr. Max Deuring für Mathematik, an der Universität Göttingen Dr. Erich Mollwo für Physik, an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Lothar Collatz für reine und angewandte Mathematik, an der Universität Göttingen Dr. H. Lettré für Chemie, an der Universität Berlin Dr. Arthur Lüttringhaus für organische Chemie, an der Technischen Hochschule Braunschweig der Flieger-Oberstabs-Ingenieur Dr.-Ing. Claus Aschenbrenner für Luftbildwesen.

Ernannt: Der Dozent für Chemie an der Universität Münster Dr. Robert Capobus zum a. o. Professor ebenda, der Dozent für technische Physik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Hermann Schmidt zum a. o. Professor ebenda.

Gestorben: Der frühere ord. Professor für Chemie an der Forstakademie Eberswalde und ord. Honorarprofessor an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Carl Schwalbe, der Direktor des Chemischen Instituts der Universität Rom und Professor der anorganischen Chemie daselbst Exc. Nicola Parravano, der emer. a. o. Professor für pharmazeutische Chemie an der Universität Heidelberg Dr. Robert Stollé.

Berichtigung: Die Notiz auf S. 622 über das Ableben des Herrn Professor Adolf Günther-Schulze, die wir von einer andern Zeitschrift übernahmen, bewahrheitet sich erfreulicherweise nicht. Es hatte sich um einen Hinweis auf den 60. Geburtstag gehandelt, zu dem wir nun nachträglich unsere besten Glückwünsche aussprechen möchten.

Verantwortlicher Schriftleiter: Professor Dr. Dr. h. c. P. Debye, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C 1, Königstr. 2. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig. — D. A. 1330. II. Vj. 1938. — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 3. — Printed in Germany.